

## RELEVÂNCIA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E SISTEMAS INTELIGENTES PARA CARACTERIZAÇÃO ESTRUTURAL DE VIGAS

Marcos Aurélio Nunes Vieira, [vieira.aurelio@discente.ufg.br](mailto:vieira.aurelio@discente.ufg.br)<sup>1</sup>  
Marlipe Garcia Fagundes Neto, [marlipe@ufg.br](mailto:marlipe@ufg.br)<sup>1</sup>  
Pedro Henrique Debs de Moraes, [debs@discente.ufg.br](mailto:debs@discente.ufg.br)<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Goiás – UFG, Av. Ingá, Quadra B, Campus Samambaia – Goiânia – GO – Brasil.

**Resumo.** A vibração permeia muitos aspectos da vida diária, entretanto a exposição prolongada de estruturas a vibrações pode resultar em eventuais falhas. Assim, as frequências naturais surgem como elementos-chave e assumem um papel crucial na caracterização do comportamento estrutural. Nesse contexto, este trabalho buscou investigar as frequências naturais de dois modelos de viga engastada-livre e desenvolver algoritmos de classificação usando os dados espectrais das frequências observadas para caracterização estrutural dos modelos. Foram utilizados dois tipos de vigas: uma com massa na extremidade livre e outra sem, das quais foram adquiridas as frequências naturais utilizando três abordagens: modelagem virtual com o software Autodesk Inventor, e duas abordagens experimentais usando modelos reais - uma com túnel de vento e outra com um martelo de impacto. Todos os espectros de vibração e frequências naturais adquiridas foram tratados, filtrados e classificados por meio de algoritmos inteligentes desenvolvidos em Python. Os resultados do modelo virtual e dos métodos experimentais apresentaram boa concordância nas menores frequências naturais obtidas, indicando a confiabilidade dessas frequências como fator caracterizante do comportamento das vigas. Apesar de algumas variações nas frequências mais altas, o modelo virtual demonstrou eficácia em refletir os comportamentos das vigas reais. A caracterização estrutural com base nas frequências naturais foi eficaz, fornecendo insights importantes sobre o estado das estruturas.

**Palavras chave:** Vibrações mecânicas. Frequências naturais. Comportamento estrutural. Algoritmos de classificação.

**Abstract.** The vibration permeates many aspects of daily life, however, prolonged exposure of structures to vibrations can result in eventual failures. Thus, natural frequencies emerge as key elements and play a crucial role in characterizing structural behavior. In this context, this work sought to investigate the natural frequencies of two models of simply-supported beams and to develop classification algorithms using spectral data of observed frequencies for structural characterization of the models. Two types of beams were used: one with mass at the free end and another without, from which natural frequencies were acquired using three approaches: virtual modeling with Autodesk Inventor software, and two experimental approaches using real models - one with a wind tunnel and another with an impact hammer. All acquired vibration spectra and natural frequencies were processed, filtered, and classified through intelligent algorithms developed in Python. The results from the virtual model and experimental methods showed good agreement in the lowest natural frequencies obtained, indicating the reliability of these frequencies as a characterizing factor of beam behavior. Despite some variations in the higher frequencies, the virtual model demonstrated effectiveness in reflecting the behaviors of real beams. Structural characterization based on natural frequencies was effective, providing important insights into the state of the structures.

**Keywords:** Mechanical vibrations. Natural frequencies. Structural behavior. Classification algorithms.

### 1. INTRODUÇÃO

A vibração está presente de forma abrangente em diversos aspectos da vida humana, manifestando-se de maneira significativa, desde as oscilações captadas pelo sistema auditivo, aquelas presentes na fala e seu impacto também se estende aos sistemas, aparatos e edificações construídos pela humanidade que podem ser afetados por vibrações de fenômenos naturais ou de maquinários em funcionamento. Contudo, apesar das vantagens em aplicações industriais, é imprescindível considerar os efeitos potencialmente prejudiciais desse fenômeno. A exposição contínua a vibrações pode resultar em falhas devido à fadiga dos materiais em estruturas e equipamentos. Nesse cenário, em meio às diversas formas de vibração, destaca-se a frequência natural ou frequência fundamental, que ressoa na estrutura fundamental da matéria, demandando investigação e compreensão aprofundadas desse fenômeno (Rao, 2008) e (Balachandran e Magrab, 2011).

As frequências naturais são padrões específicos nos quais uma estrutura vibra naturalmente, sem forças externas contínuas. Elas são determinadas pelas propriedades geométricas e mecânicas da estrutura. Analisar essas frequências permite entender o comportamento estrutural e planejar estratégias para evitar eventuais problemas de ressonância, que possam comprometer a integridade da estrutura quando a frequência de excitação se aproxima da frequência natural, resultando em aumentos significativos na amplitude de vibração (Rao, 2008).

De acordo com Brandão (2011, apud Vieira e Fagundes Neto, 2023), a monitorização e o entendimento do estado operacional de uma máquina são cruciais para obter informações concretas sobre seu desempenho e manutenção. Isso não apenas permite a previsão de possíveis falhas, mas também viabiliza intervenções preditivas e preventivas, mitigando riscos de paradas inesperadas ou danos irreversíveis ao maquinário. Essa demanda pelo monitoramento e supervisão das operações de máquinas, bem como pela integridade das estruturas, vem impulsionado a adoção crescente de sistemas de monitoramento de integridade estrutural (SHM, do inglês *Structural Health Monitoring*). Esses sistemas têm ganhado crescente relevância por serem ferramentas eficazes e precisas na avaliação do estado de componentes estruturais. Além disso, esses sistemas se baseiam na utilização de sensores e equipamentos não destrutivos, os quais se unem à análise das propriedades do sistema estrutural em foco. Isso viabiliza uma avaliação regular ou contínua da integridade e segurança da estrutura ou equipamento sob monitoramento (Assis, 2007). Nesse contexto, as frequências naturais, como observado, desempenham um papel significativo nesse processo, ao servirem como aliados essenciais na monitorização e caracterização estrutural de equipamentos e estruturas.

Ademais, Sirqueira (2008) realizou uma análise modal de uma torre eólica e determinou as frequências e formas modais. A conclusão foi de que o primeiro modo de vibração, correspondente à flexão, possui uma influência predominante na resposta do modelo da torre, indicando que a torre eólica geralmente se comporta como uma viga engastada livre.

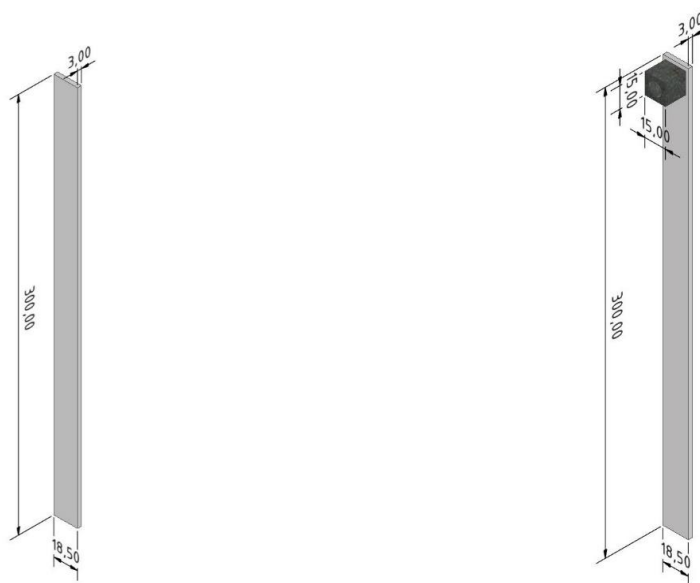
Dessa forma, o propósito fundamental desse estudo consistiu em investigar as frequências naturais de dois modelos de viga engastada-livre, aproximação de um aerogerador conforme Sirqueira (2008), a fim de compreender as características estruturais dos modelos e desenvolver algoritmos de classificação treinados com os dados espectrais das frequências observadas em movimentos transversais das estruturas em estudo.

## 2. METODOLOGIA

Este trabalho se dedica à exploração das frequências naturais em vigas engastadas-livres, modeladas de acordo com a teoria de Euler-Bernoulli. Ou seja, as vigas em foco são caracterizadas como delgadas, uniformes e com pequenas deformações, tendo como material predominante o alumínio.

### 2.1. Modelagem virtual das vigas

Para iniciar o estudo, dois modelos de vigas foram elaborados com o auxílio do *software* Autodesk Inventor. Embora ambas vigas compartilhem dimensões idênticas, apenas uma delas apresenta uma massa concentrada na extremidade livre. A Fig. 1 exibe a representação gráfica desses modelos de vigas, enquanto a Tab. 1 detalha as propriedades do material adotadas na modelagem.



(a) Viga de Alumínio (sem massa adicional)

(b) Viga de Alumínio (com massa concentrada)

Figura 1. Representação gráfica dos modelos de vigas em milímetros (autoria própria, 2024)

Tabela 1. Propriedades mecânicas do material das vigas adotadas (Adaptada de: Autodesk Inventor®, 2022)

Propriedades Mecânicas	Valores
Densidade	2700 kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Young (E)	68,9 GPa
Módulo de cisalhamento	25,864 Gpa
Resistência ao escoamento	275 Mpa
Resistência a tração	310 Mpa
Coefficiente de Poisson	0,33

Após a conclusão da modelagem das vigas, os modelos foram fixados em uma das extremidades e submetidos a uma análise modal, utilizando uma funcionalidade nativa do *software* Autodesk Inventor. Essa ferramenta proporcionou a obtenção das frequências naturais. Mediante esse procedimento, foi possível identificar as cinco primeiras frequências naturais associadas a cada um dos modelos. Com isso, os modelos físicos foram confeccionados, seguindo os parâmetros e dimensões estabelecidas pelo modelo virtual, e submetidos a experimentos que visavam a aquisição de sinais e espectros de vibrações das vigas. Importante enfatizar que a inserção da massa concentrada na viga foi realizada por meio do acoplamento de duas porcas metálicas, uma de cada lado da extremidade livre.

## 2.2. Aquisição de sinais experimentais

Para o procedimento experimental cada uma das vigas foi instrumentada por um ou dois acelerômetros posicionados a partir da extremidade livre. Os acelerômetros empregados pertencem à marca *Brüel & Kjaer*, caracterizando-se por uma variação de amplitude de frequência de  $\pm 10\%$ . Adicionalmente, foi utilizado uma placa de aquisição de sinais proveniente da marca *Nacional Instruments*, cujo modelo é NI 9234.

Os sinais medidos pelos acelerômetros durante as etapas experimentais eram adquiridos em tempo real através do *software* Matlab, com auxílio de um conversor de sinais. Esses dados de vibração eram transferidos e convertidos em gráficos de amplitude no domínio da frequência pelo *software*, possibilitando a identificação das frequências naturais da viga posteriormente. Na Figura 2 apresenta-se uma representação do sistema de aquisição de sinal de vibração, que inclui: computador com programa computacional, placa de aquisição, acelerômetros e martelo de impacto, utilizados nos experimentos.

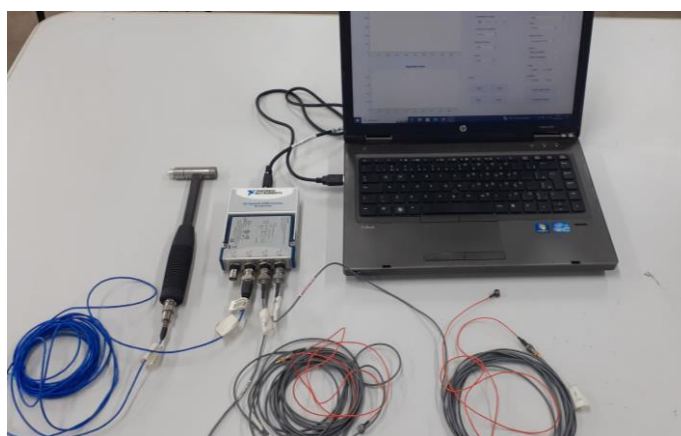


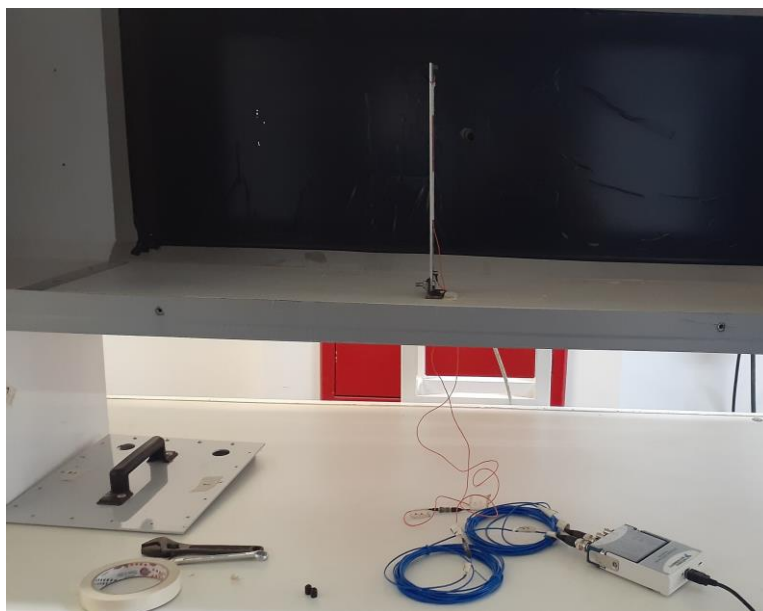
Figura 2. Representação do sistema de aquisição de sinal utilizado (autoria própria, 2024)

No primeiro procedimento experimental, a viga foi engastada em uma mesa inercial, instrumentada com apenas um acelerômetro, e conectado um martelo de impacto da marca *PCB Piezotronics*, modelo 086C03. Com isso, o filtro de captura de sinal foi configurado com a Função Transferência e filtro retangular. Logo após, foram selecionados cinco pontos de impacto distintos ao longo do comprimento da viga onde o martelo de impacto deveria atuar. Ademais, o espectro do sinal era gerado após 10 impactos do martelo em um dado ponto com uma frequência de aquisição de 2560 Hz e possuía uma amostragem de 2560 pontos. Por fim, a aplicação desse método resultou na obtenção de cinco sinais de amplitude no domínio da frequência para cada modelo de viga empregado.

Na segunda etapa experimental, os modelos de viga foram instrumentados com o segundo acelerômetro, engastados no túnel de vento AeroAlcool modelo AA-TVSH2 e submetidos a diversas velocidades de escoamento, iniciando com a velocidade de 5 m/s e finalizando em 15 m/s com um incremento de 2,5 m/s. Para a captação dos sinais, foi empregado um filtro configurado no modo de captura de espectro com filtro Hanning considerando 30 médias. Este processo também utilizou 2560 pontos de amostragem, com uma frequência de aquisição fixada em 2560 Hz. Assim, foram obtidos 10 conjuntos de sinais de amplitude no domínio da frequência para cada uma das velocidades de escoamento, em cada um dos modelos de viga. A Figura 3 apresenta o túnel de vento utilizado e o engaste da viga na área de ensaio.



(a) Túnel de vento AeroAlcool utilizado



(b) Viga acoplada na área de ensaio do túnel de vento

Figura 3. Túnel de vento e viga engastada equipada com acelerômetros (autoria própria, 2024)

Para processar esses sinais, foram desenvolvidos algoritmos em Python utilizando o ambiente computacional Spyder Anaconda, os quais foram elaborados para importar os dados dos sinais adquiridos e identificar as frequências naturais com base nos picos de maior amplitude nos sinais. Além disso, o mesmo algoritmo foi projetado para selecionar as cinco primeiras e mais relevantes frequências naturais presentes no sinal analisado.

Através da análise modal nos modelos virtuais realizada no Autodesk Inventor e com o processamento dos sinais experimentais, tanto do martelo de impacto quanto do túnel de vento, obteve-se os valores das frequências naturais relacionadas às formas modais dos modelos. Vale ressaltar que a escolha das frequências por meio da técnica virtual foi realizada sem a necessidade de auxílio de algoritmos, sendo selecionadas diretamente. Por outro lado, para fins de comparação, as frequências resultantes dos métodos experimentais foram submetidas a um tratamento envolvendo médias e desvios-padrão.

### 2.3. Algoritmos de classificação

Além dos algoritmos de seleção das frequências naturais dos sinais, foram elaborados algoritmos de classificação capazes de identificar qual modelo de viga um determinado conjunto de frequências naturais pertence. Os classificadores foram desenvolvidos utilizando a biblioteca de aprendizado de máquina *Scikit-Learn*, importada pelo comando `'import sklearn'`. A partir dessa importação, foi possível utilizar diversas classes para a criação dos modelos de classificação: `'MLPClassifier'` para Redes Neurais Artificiais (RNA), `'SVC'` para *Support Vector Machine* (SVM), `'KNeighborsClassifier'` para *K-Nearest Neighbors* (KNN), `'DecisionTreeClassifier'` para *Árvore de Decisão* (TREE) e `'RandomForestClassifier'` para *Random Forest* (FOREST). Os parâmetros padrão da *Scikit-Learn* foram mantidos na maioria dos classificadores, exceto para a *Árvore de Decisão*, onde o número de vizinhos (`'n_neighbors'`) foi ajustado para 5, e para a RNA, cujos parâmetros foram configurados como: `'hidden_layer_sizes=(10, 10)'`, indicando duas camadas ocultas com 10 neurônios cada; `'learning_rate_init=0.01'`, especificando a taxa de aprendizado inicial; e `'max_iter=500'`, estabelecendo o número máximo de iterações para o treinamento.

Cada um dos classificadores foi desenvolvido, treinado e testado utilizando os dados das frequências naturais obtidos através dos experimentos realizados com um martelo de impacto. Por outro lado, os dados das frequências naturais coletados durante a experimentação no túnel de vento foram submetidos à avaliação pelos classificadores previamente treinados. Nesse processo, apenas os conjuntos de frequências eram fornecidos ao algoritmo, que deveria determinar a

qual modelo de viga os dados pertenciam. Inicialmente, foram utilizados conjuntos contendo as 5 primeiras frequências, seguidos por conjuntos contendo as 4 maiores frequências adquiridas, e por fim, conjuntos contendo as 3 maiores frequências. Essa abordagem permitiu uma visão abrangente da eficácia dos classificadores, além de servir como validação da acurácia dos algoritmos. A Figura 4 apresenta um fluxograma do processo de utilização dos sistemas inteligentes.

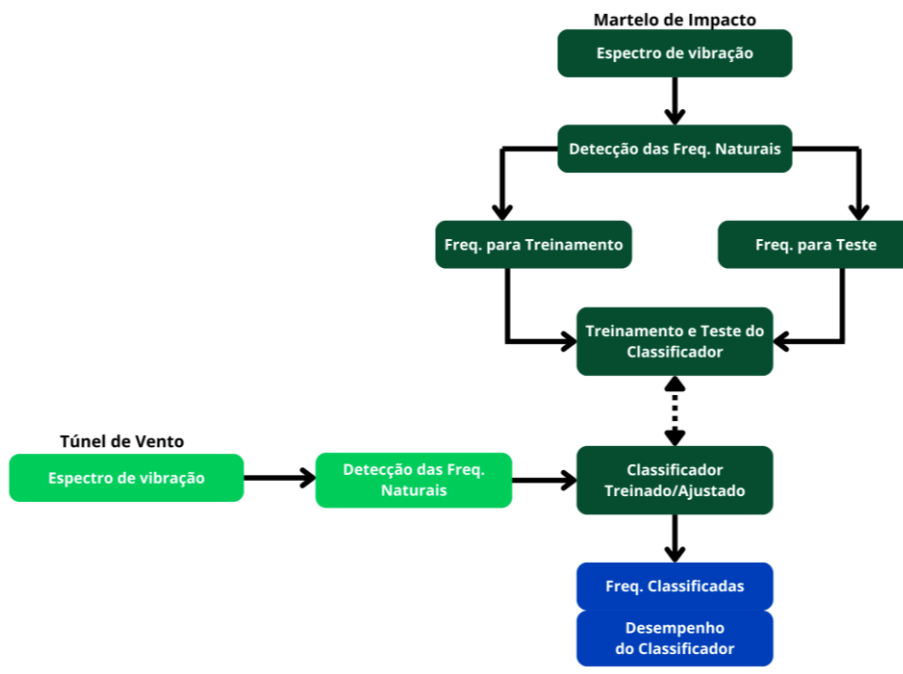


Figura 4. Fluxograma de Utilização de Sistemas Inteligentes (autoria própria, 2024)

No fluxograma mostrado na Fig. 4, observa-se o processo de utilização de algoritmos de aprendizado de máquina para a classificação das frequências naturais. O processo inicia-se com a aquisição do espectro de vibração, tanto pelo martelo de impacto quanto pelo túnel de vento, seguido pela identificação das frequências modais em cada um dos métodos. As frequências detectadas pelo método do martelo de impacto são utilizadas para o treinamento e teste do classificador, ajustando-o conforme necessário. Em seguida, o classificador, já treinado e ajustado, recebe as frequências obtidas pelo método do túnel de vento e realiza a classificação destas de acordo com os dois modelos de viga adotados, resultando na avaliação do desempenho do classificador com base em dados externos aos de ajuste.

### 3. RESULTADOS

Por meio da análise de tensão e exploração das vibrações em vigas, tanto nos modelos virtuais como nos físicos, foi possível obter as frequências naturais associadas aos modos normais dos modelos. Esses resultados estão detalhados na Tab. 2 e Fig. 5.

Tabela 2. Frequências naturais obtidas (autoria própria, 2024)

(a) Frequências relacionadas ao modelo sem massa concentrada

Sem Massa Concentrada					
Método	F1 (Hz)	F2 (Hz)	F3 (Hz)	F4 (Hz)	F5 (Hz)
Autodesk Inventor	27,61	174,11	487,27	801,21	954,91
Martelo de Impacto	26,00	162,00	453,00	879,20	1528,80
Túnel de Vento	25,00	160,14	451,18	784,30	1069,34

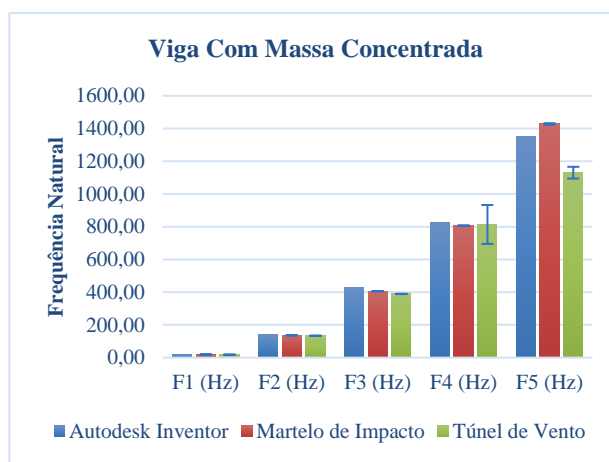
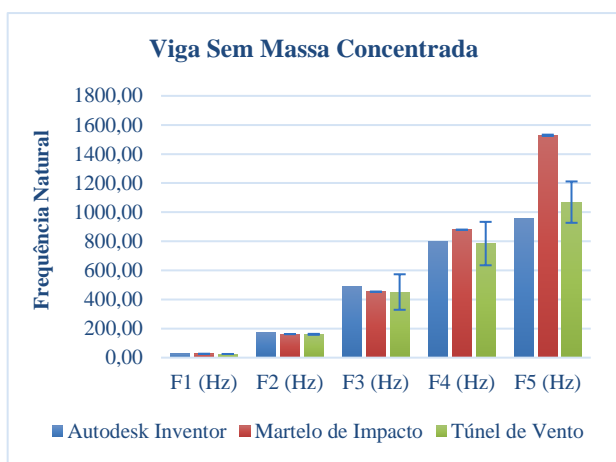
(b) Frequências relacionadas ao modelo com massa concentrada

Com Massa Concentrada					
Método	F1 (Hz)	F2 (Hz)	F3 (Hz)	F4 (Hz)	F5 (Hz)
Autodesk Inventor	18,03	141,10	426,74	823,96	1349,27
Martelo de Impacto	19,00	136,00	406,00	806,80	1428,20
Túnel de Vento	18,20	133,88	389,68	814,12	1130,44

Figura 5. Comparação entre as frequências naturais dos métodos utilizados (autoria própria, 2024)

(a) Comparação entre os métodos para a viga sem massa concentrada

(b) Comparação entre os métodos para a viga com massa concentrada



Ao comparar os resultados obtidos por meio do modelo virtual e os métodos experimentais, conforme apresentados na Tab. 2 e Fig. 5, nota-se uma consistência significativa ao comparar as frequências mais baixas obtidas pelos métodos utilizados. No entanto, é importante ressaltar a presença de discrepâncias proeminentes, particularmente nas frequências mais altas. Essas discrepâncias podem ser atribuídas às simplificações inerentes à modelagem virtual, que podem não considerar todos os fatores complexos presentes nas situações experimentais. Apesar dessas limitações, o modelo virtual ainda fornece uma aproximação eficaz considerando baixas frequências naturais.

Ao comparar os métodos experimentais tem-se que as frequências fundamentais ao longo dos modos normais (F1 a F4) exibem variações relativamente pequenas, sugerindo uma boa concordância entre as características modais identificadas, tanto no modelo com massa concentrada quanto sem. No geral, os resultados obtidos fornecem uma visão robusta e confiável das frequências naturais das vigas em diferentes métodos de análise experimental, apesar de apresentarem valores mais distintos na frequência mais alta. Essa discrepância na frequência mais elevada pode sugerir uma maior dificuldade na excitação da viga nesses intervalos e considerando que a força aplicada nos dois métodos experimentais foi diferente, pode-se inferir que foram captadas frequências associadas a modos normais distintos, porém dentro de intervalos próximos. Ainda assim, as primeiras frequências continuam a oferecer uma caracterização estrutural eficaz das vigas.

Com foco nos tipos de modelo utilizados e com base nos dados apresentados na Tab. 2 e Fig. 5, observa-se que as frequências mais altas (F4 e F5) da viga com massa concentrada foram mais consistentes entre os métodos experimentais, em comparação com a outra estrutura, que exibiu maior variação. Esses resultados sugerem que as maiores frequências da viga com massa adicional foram mais uniformes e consistentes ao longo das diversas medições de assinatura de vibração, indicando que a massa adicional desempenhou um papel de estabilizador de frequência.

A respeito dos algoritmos de classificação, os dados resultantes do processamento dos sinais obtidos por meio do martelo de impacto foram utilizados para o treinamento e teste de todos os classificadores enquanto que os sinais obtidos da viga submetida ao escoamento foram usados para obter um panorama geral de desempenho dos classificadores. Os resultados de desempenho correspondentes a essas avaliações são apresentados na Tab. 3.

Tabela 3. Valores de acurácia e desempenho correspondente a cada classificador (autoria própria, 2024)

Classificador	Desempenho		
	5 Frequências	4 Frequências	3 Frequências
RNA	55%	83%	49%
SVM	52%	54%	50%
KNN	55%	55%	54%
TREE	49%	100%	94%
FOREST	94%	57%	57%

Os resultados da Tab. 3 revelam uma variação no desempenho dos classificadores com base no número de frequências utilizadas para a classificação e que os classificadores tipo *TREE* e *RNA* apresentaram um alto desempenho ao considerar o conjunto das 4 maiores frequências. Entretanto, a variação na porcentagem de desempenho demonstra que cada classificador, por possuir arquiteturas específicas, responde de forma particular a um dado conjunto de dados, além da necessidade de adequação e ajuste dos parâmetros de construção dos classificadores visando um aumento do desempenho desses algoritmos.

Ainda com base nos resultados da Tab. 3 sugerem que algumas frequências podem conter mais informações discriminativas do que outras para distinguir entre os diferentes modelos de viga, ou seja, conjuntos que incluem as frequências mais relevantes para distinguir entre os modelos de viga podem resultar em um melhor desempenho dos classificadores.

Para mais, durante o experimento no túnel de vento foram utilizadas 7 velocidades diferentes, no entanto para a avaliação do desempenho dos classificadores não houve separação das velocidades, podendo refletir na queda de acurácia final dos algoritmos de classificação.

#### 4. CONCLUSÕES

Através da realização deste estudo, tornou-se evidente a significância do estudo e monitoramento de estruturas, bem como a importância das frequências naturais como elementos fundamentais no processo de caracterização estrutural. O uso das frequências naturais, como método de caracterização estrutural, demonstrou ser um processo altamente eficaz e que contribui para compreender o estado das estruturas. Esse enfoque visa garantir o funcionamento pleno e a integridade das estruturas, assegurando a realização eficaz de suas funções e finalidades.

Além disso, o modelo virtual das vigas elaborado mostrou-se capaz de representar adequadamente o comportamento das vigas reais, oferecendo aproximações eficazes das frequências naturais mais baixas, apesar das variações nos resultados devido à simplificação dos modelos. Paralelamente, os métodos experimentais demonstraram pequenas variações entre si nas frequências mais baixas, indicando uma notável concordância nas características de vibrações e frequências identificadas. Além disso, a massa extra adicionada numa extremidade do modelo atuou como estabilizador de frequências mais altas da viga.

Em relação aos algoritmos de classificação, destaca-se que o ajuste dos parâmetros dos classificadores e uma seleção bem estruturada do conjunto de dados de entrada para treinamento, teste e avaliação são fatores cruciais para o bom desempenho dos classificadores. Apesar da baixa acurácia na maioria dos classificadores, as arquiteturas do tipo *TREE* e *RNA* apresentaram os melhores desempenhos nos conjuntos de frequências mais altas, ressaltando a relevância e capacidade dessas ferramentas no processo de classificação de estruturas.

#### 5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e ao Ministério da Educação (MEC) pelo suporte financeiro fornecido através do Programa de Educação Tutorial (PET). Adicionalmente, também agradecem à FURNAS Centrais Elétricas e ao 'Programa de Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico' (P&D) da ANEEL pelo apoio financeiro.

#### 6. REFERÊNCIAS

- ASSIS, W. S. "Sistemas Computacionais de Apoio à Monitoração de Estruturas de Engenharia Civil". Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo – USP, São Paulo, Brasil, 2007.
- AUTODESK. "Autodesk Inventor Professional®". Versão 2022.3. São Rafael, Califórnia: Autodesk Inc., 2022.
- BALACHANDRAN, B.; MAGRAB, E. B. "Vibrações Mecânicas". São Paulo, Brasil: Cengage Learning, 2011.

Vieira, M. A. N., Fagundes Neto, M. G., Morais, P. H. D.  
Relevância das Frequências Naturais e Sistemas Inteligentes para a Caracterização Estrutural de Vigas

RAO, S. S. “Vibrações Mecânicas”. São Paulo, Brasil: Pearson, 2008.

SIRQUEIRA, A. S. “Comportamento estrutural de torres de aço para suporte de turbinas eólicas”. Tese de Mestrado. Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.

VIEIRA, M. A. N.; FAGUNDES NETO, M. G. “Revisão Sistemática sobre a Detecção de Falhas em Aeroogeradores com Sistemas de Monitoramento Inteligentes”. In: Congresso Nacional dos Estudantes de Engenharia Mecânica, XXIX, 2023, Goiânia. ABCM, 2023. DOI: 10.26678/ABCM.CREEM2023.CRE2023-0042.

## **7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES**

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.