

## ANÁLISE MODAL DE PLACAS POR ELEMENTOS FINITOS: RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS

Kim Sangawa Peçanha de Paula, ksangawa2202@gmail.com<sup>1</sup>  
Álvaro Vasco Ricci dos Santos, alvarovrs02@gmail.com<sup>1</sup>  
Israel Jorge Cárdenas Nuñez, israel.nunez@uftm.edu.br<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Av. Randolpho Borges Júnior, 1400 - Univerdecidade, Uberaba - MG

**Resumo.** O Método de Elementos Finitos (MEF) é uma técnica de análise matemática amplamente empregada na modelagem de corpos rígidos, em especial no campo das engenharias (Huebner, 2017). O comportamento de tais corpos pode ser, em partes, entendido a partir do estudo de vibração em placas (Bhaskar and Varadan, 2024). Através da teoria clássica das placas, foram possíveis diversos avanços na área de análise estrutural e de processos de fabricação. Neste estudo, mostramos a modelagem numérica e experimental de uma placa de alumínio quadrada, de forma a permitir o estudo e comparação dos modos de vibrar e da função resposta em frequência (FRF). Foi possível verificar que o modelo numérico se aproximou razoavelmente bem do comportamento obtido experimentalmente, mesmo sem a realização de ajuste de curvas. Além disso, foi possível identificar numericamente quatro dos cinco principais modos de vibrar, os quais apresentaram uma média de 5% de erro relativo. Esse resultado mostra a eficácia do método de elementos finitos na previsão do comportamento dinâmico de placas, para os casos como abordados nesse artigo. No entanto, para usos que exigem maior precisão e acurácia dos resultados, é necessário um maior refinamento dos parâmetros, assim como um ajuste preciso de curva.

**Palavras chave:** Método de Elementos Finitos, Análise Modal, Análise Harmônica, Vibrações em Placa, Modelo Numérico.

**Abstract.** The Finite Element Method (FEM) is a mathematical analysis technique widely employed in the modeling of rigid bodies, particularly in the field of engineering (Huebner, 2017). The behavior of such bodies can, in part, be understood from the study of vibration in plates (Bhaskar and Varadan, 2024). Through the classical theory of plates, several advances have been made in the areas of structural analysis and manufacturing processes. In this study, we demonstrate the numerical and experimental modeling of a square aluminum plate to allow for the study and comparison of vibration modes and frequency response function (FRF). In this work, it was possible to verify that the numerical model reasonably approximated the behavior obtained experimentally, even without curve fitting. Additionally, it was possible to numerically identify four out of the five main vibration modes, which showed an average relative error of 5%. This result demonstrates the effectiveness of the finite element method in predicting dynamic behavior and sufficient accuracy for cases as addressed in this article. However, for applications requiring greater precision and accuracy of results, further refinement of parameters is necessary, as well as precise curve fitting.

**Keywords:** Finite Elements Method, Modal Analysis, Harmonic Analysis, Vibrations on Plates, Numerical Model.

### 1. INTRODUÇÃO

O estudo das vibrações mecânicas desempenha um papel importante no projeto e na análise de sistemas e estruturas encontradas em diversas áreas da engenharia. As vibrações mecânicas referem-se aos movimentos oscilatórios que ocorrem em sistemas mecânicos devido à aplicação de forças ou excitações externas (Rao, 2023). Esses fenômenos são observados em uma diversidade de aplicações, abrangendo desde placas e pequenos componentes eletrônicos até grandes estruturas civis (Brandt, 2019).

Embora existam diversas formas de analisar e modelar sistemas vibratórios, a análise numérica é geralmente realizada por meio do Método de Elementos Finitos (MEF) (Brandt, 2019). Esse é uma técnica numérica poderosa que utiliza de métodos variacionais e de interpolação para resolver problemas de valor de contorno (Inman, 2021). Dessa forma, o MEF permite a discretização de geometrias complexas em elementos mais simples, facilitando a análise numérica de problemas de vibração mecânica em placas, por exemplo. Essa abordagem permite analisar o comportamento dinâmico das estruturas, identificando padrões de vibração, modos de ressonância e possíveis pontos de falha (Brandt, 2019).

No âmbito de análises de comportamentos vibratórios, ao abordar corpos tridimensionais pela teoria clássica da elasticidade, a representação numérica ou analítica desse sistema se torna excessivamente complexa (Bhaskar and Varadan,

2024). No entanto, para o caso de corpos rígidos tridimensionais onde a espessura é muito menor que o plano perpendicular (em uma razão inferior à 1:10), torna-se razoável aproximar o objeto a uma placa bidimensional (Timoshenko *et al.*, 1959). Ao realizar essa aproximação, negligencia-se os efeitos de cisalhamento e tração-compressão, que simplificam as equações, mas não resultam em alterações significativas dos resultados: esse é o fundamento básico da teoria clássica de placas.

Pela simplicidade do objeto e pela sua vasta presença em diversos produtos, a análise de vibrações em placas é um campo amplamente explorado e essencial para a engenharia. Logo, estudos sobre a modelagem desse tipo de corpo rígido é extremamente importante, assim como a busca pelo aperfeiçoamentos dos métodos de representação numérica.

Neste trabalho, é apresentado um estudo da análise modal de placas utilizando o MEF e técnicas experimentais. O objetivo é investigar e comparar os resultados numéricos obtidos por meio de simulações computacionais com dados experimentais, visando validar a eficácia dos modelos computacionais na previsão do comportamento dinâmico de placas. Através dessa comparação, espera-se que os passos e métodos tomados possam servir de referência para futuros estudos na área de vibrações mecânicas em placas e aplicações do método de elementos finitos.

## 2. Fundamentação Teórica

A análise modal se refere à porção do estudo clássico de vibrações que determina parâmetros modais (frequências naturais, fatores de amortecimento, vetores modais e escalas modais) de sistemas lineares e invariantes no tempo (Paez and Piersol, 2010). Através de tais parâmetros, e dos polos do sistema, é possível entender e prever o comportamento vibratório de um corpo rígido (Rao, 2023).

Para definir os vetores modais de um sistema de n-graus de liberdade, parte-se da equação do movimento desse sistema, como na Eq. (1):

$$[M]\ddot{\vec{x}} + [k]\dot{\vec{x}} = \vec{0} \quad (1)$$

onde  $[M]$  é a matriz de massa,  $[k]$ , a matriz de rigidez e  $\vec{x}$ , o vetor posição. Definindo a solução do vetor  $\vec{x}$ , no tempo, como sendo:  $\vec{x}(t) = \chi e^{\lambda t}$ , considerando  $\lambda = i\omega$  (onde  $i = \sqrt{-1}$  e  $\omega$ , a frequência) por critérios de estabilidade e não-trivialidade, obtém-se a Eq. (2):

$$\Delta = |[k] - \omega^2[M]| = 0 \quad (2)$$

A equação (2), também denominada de equação característica, quando solucionada para  $\omega$ , resulta nas frequências naturais do sistema:  $\omega_n$ . A partir desses valores, resolve-se o problema do autovalor da Eq. (3):

$$[[k] - \omega_j^2[M]]\{\vec{X}^j\} = \vec{0} \quad (3)$$

onde o mesmo retorna:

$$\vec{X}^j = \{X_1^j \quad X_2^j \quad X_3^j \quad \dots \quad X_n^j\}^T \quad (4)$$

Os autovetores apresentados na equação (4) são as formas modais (Rao, 2023), no caso: a j-ésima forma modal, que representa o comportamento dinâmico do sistema para diferentes condições de contorno. A partir dessas relações, é possível identificar os modos de vibrar, os quais foram utilizados para as comparações presentes neste estudo.

Em contrapartida, a função de resposta em frequência (FRF) é uma função complexa da frequência de resposta em regime permanente de um sistema vibratório em função da frequência de excitação (Balachandran and Magrab, 2018). Essa função contém informações sobre parâmetros do sistema, como a rigidez, e características do sistema, como a frequência natural e o coeficiente de amortecimento. Além disso, a exposição gráfica da função permite visualizar os picos de ressonância e antirressonância dentro de uma faixa de frequência (Dihel, 2023). No âmbito deste trabalho, ela será utilizada para comparar o comportamento do modelo numérico da placa, com os resultados obtidos experimentalmente.

## 3. MATERIAIS E MÉTODOS

### 3.1 Caracterização da Placa de Alumínio

Para a realização do experimento, utilizamos uma placa didática de alumínio quadrada do laboratório de vibrações mecânicas do Instituto de Ciências Tecnológicas e Exatas (ICTE), da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM). Com o auxílio da literatura, obtivemos alguns dados sobre suas possíveis propriedades mecânicas, estas estão ilustradas na Tab. 1. Além disso, foram realizadas cinco medições de cada dimensão da placa com o laboratório a 25°C. Todos esses dados estão ilustrados na Tab. 2.

Tabela 1: Propriedades do Alumínio 5052

Propriedade	Valor
Densidade [ $kg/m^3$ ]	2.670,00
Módulo de Elasticidade [GPa]	71
Coefficiente de Poisson	0,33
Limite Máximo de Tração [GPa]	120
Força de Fadiga [MPa]	45

Tabela 2: Características da Placa de Alumínio

Característica	Valor
Largura [m]	0,5
Comprimento [m]	0,5
Espessura [m]	0,0015
Massa [kg]	1,0
Densidade [ $kg/m^3$ ]	2.666,67

### 3.2 Caracterização do Sistema de Teste Experimental

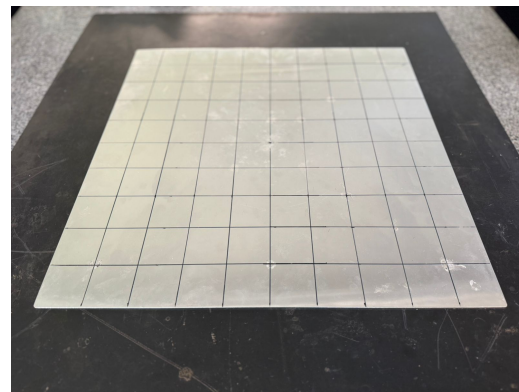
Para concretizar o experimento prático na placa, foi projetada uma bancada de testes com a intenção de criar um aparato experimental adequado para propósitos didáticos.

Para a aquisição de sinais de vibração, utilizou-se os seguintes componentes: um acelerômetro da fabricante PCB Piezotronics®; 1 célula de carga da fabricante PCB Piezotronics®; 1 placa de aquisição da fabricante National Instruments® e modelo NI USB-6259; 1 amplificador de sinais da fabricante PCB Piezotronics®; 1 amplificador de sinais da fabricante Modal Shop® e modelo 2050E09; 1 vibrador eletrodinâmico (shaker) da fabricante Modal Shop® e modelo 2100E11; 1 computador com o software MATLAB® e cabos do tipo coaxial de baixo nível de ruído com conectores BNC/BNC.

A bancada de teste e os componentes foram conectados conforme as figuras mostradas em 1a e 1b. Gerou-se, com o *software* MATLAB®, um ruído branco de banda estreita (0-500Hz). O objetivo da utilização do ruído branco como força excitadora em detrimento de outras possibilidades, como a excitação impulsiva, é que, reduzindo a banda, pode-se focalizar o sinal de entrada em um domínio de frequência desejado, ou seja, tem-se mais frequências dentro do domínio de interesse para a análise (Dihel, 2023). Então, após convertido em sinal analógico pela placa de aquisição e amplificado, o ruído branco foi enviado ao vibrador eletrodinâmico ("*shaker*"), que por meio da célula de carga transmitiu uma força vertical de excitação aleatória à placa. Durante a amostragem, a taxa de aquisição foi de 16,384Hz, durante um intervalo de 300 segundos. Os sinais de saída dos acelerômetros e da célula de carga foram condicionados por seu respectivo amplificador de sinais antes de digitalizados pela placa de aquisição conectada ao computador.



(a) Bancada Experimental para Obtenção da FRF



(b) Fotografia da Placa Utilizada

Figura 1: Montagem da Bancada Experimental

A placa, ilustrada na Fig. 1b, está com divisões feitas a caneta, em um intervalo de 5cm. Esse detalhe é importante, uma vez que as medições realizadas posteriormente foram feitas em relação ao ponto indicado na Fig. 2b.

### 3.3 Caracterização do Modelo Numérico

Para a configuração do modelo numérico, foram feitas considerações quanto às características do material. A placa, por ser de liga de alumínio, foi considerada homogênea, linear e isotrópica. Os valores assumidos para densidade, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson foram os mencionados na Tab. 1. Outrossim, as dimensões que caracterizaram a modelagem foram as mencionadas na Tab. 2.

Uma vez estabelecidas as propriedades do material da placa, seguiu-se para a escolha do elemento representativo para a análise numérica. Ao se tratar de placas planas e finas, os conceitos abordados por Kirchhoff e sua teoria de placas se aplicam (Logan, 1986). Dessa forma, o melhor elemento para replicar os comportamentos do material é o elemento casca ("*Shell*"), uma generalização da geometria das placas, que permite curvatura na superfície.

Para modelar a placa em questão, foram considerados dois tipos de elemento "*shell*": SHELL181 e SHELL281. Ambos são quadrangulares, possuindo seis graus de liberdade em cada nó (três de translação e três de rotação). A

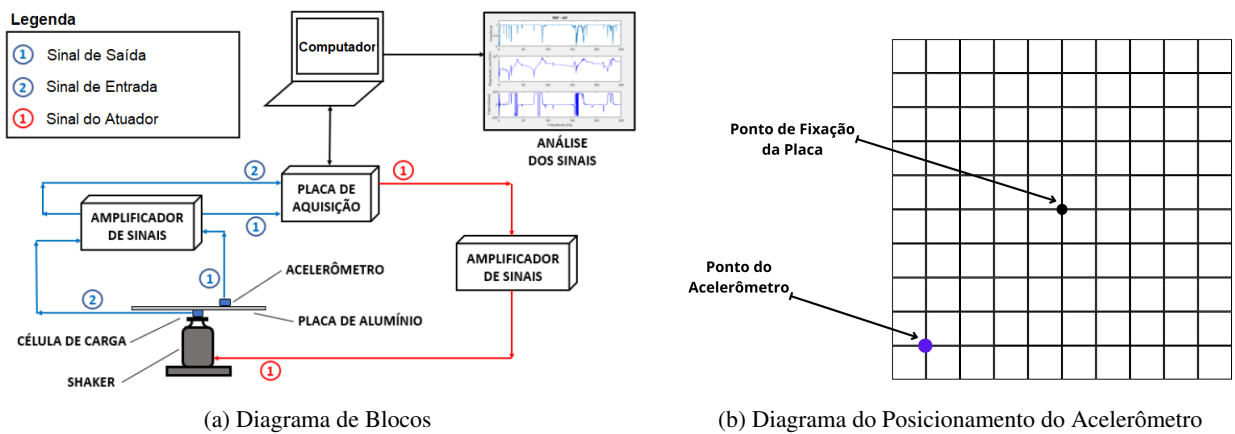


Figura 2: Configuração da Placa para o Ensaio

diferença entre os dois elementos está na quantidade de nós que cada um apresenta: o primeiro possui quatro nós, um em cada vértice, e o segundo, oito nós, um em cada vértice e um no ponto médio de cada aresta (Thompson and Thompson, 2017). Para o caso da modelagem deste estudo, foi utilizado o SHELL281, dada sua maior acurácia para o caso desta aplicação.

### 3.3.1 Características Notáveis da Construção do Modelo

Durante a construção do modelo no *software* "ANSYS MECHANICAL APDL®", foi dada uma atenção especial ao detalhamento dos travamentos de graus de liberdade (GDL) e à aplicação de força na área central da placa. Essa abordagem foi necessária, porque a interpretação de uma força e travamento pontuais não era adequada, exigindo o uso de uma região extensa. A área central da placa não possui todos os graus de liberdade, pois é fixada na montagem, e é também a região onde a força é aplicada através da célula de carga. Assim, para aumentar a precisão do modelo, o detalhamento foi realizado conforme mostrado na Tab. 3.

Tabela 3: Detalhamento da Construção de Malha com Refinamento no Centro

Etapa	Instrução
Criação da Placa	<b>Preprocessor</b> → <b>Modeling</b> → <b>Create</b> → <b>Area</b> → <b>Rectangle</b> → By Dimensions → (0,0) to (0,5, 0,5).
Criação da Malha	<b>Preprocessor</b> → <b>Meshing</b> → Mesh Tool → Element Attributes: Area, Size Control: Area → Set → Selecionar Área do Quadrado → Size edge length: 0,005 → Ok;  <b>Preprocessor</b> → <b>Meshing</b> → Mesh Tool → Mesh: Areas, Quad, Mapped, Mesh → Selecionar Área do Quadrado → Ok.
Restrição de GDL	<b>Solution</b> → <b>Define Loads</b> → <b>Apply</b> → <b>Structural</b> → <b>Displacement</b> → On nodes → Selecionar os pontos em um raio de 5 mm do nó central → Ok → Selecionar: UX e UY → Ok.

Ainda nos tópicos do desenvolvimento numérico, é importante ressaltar os diferentes "inputs" para as análises modal e harmônica. No âmbito da primeira, o método de extração de modos utilizado foi de "Block Lanczos", permitiu-se a expansão de forma modal (uma técnica de representação dos padrões de deformação de uma estrutura usando um conjunto de funções básicas) e normalizou-se as formas modais para matriz de massa, no intervalo de 0-500 Hz. Para o caso do segundo, foi instalado um impulso unitário na área da malha refinada, assim como associado um coeficiente de amortecimento (razão de amortecimento constante) de 0,003. Esse valor foi alcançado após uma sequencia iterativa de testes, onde o mesmo apresentou os resultados mais próximos à realidade. O intervalo utilizado para a análise foi o mesmo, com 1000 (mil) "substeps".

## 4. RESULTADOS

### 4.1 Do Modelo Experimental

Durante a amostragem do ensaio realizado sobre a placa, foram obtidos 4.915.200 (quatro milhões novecentos e quinze mil e duzentos) pontos. O objetivo era reduzir erros estatísticos do sinal de saída. Também é importante ressaltar que a frequência utilizada respeita o teorema de Nyquist e está dentro das frequências disponíveis na placa de aquisição.

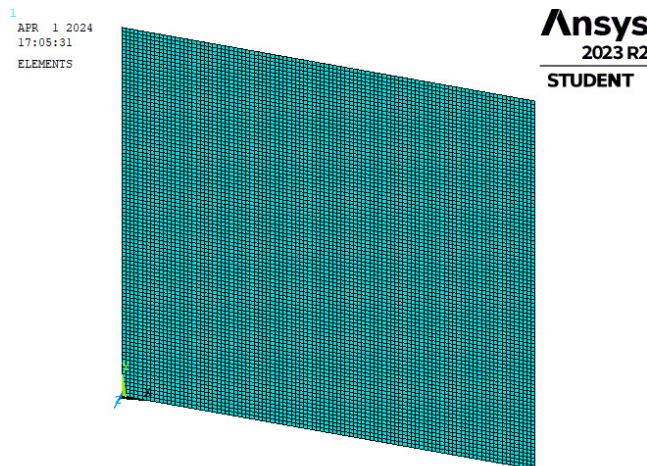


Figura 3: Visualização da Malha da Placa

Por meio do tratamento dos dados obtidos pelo acelerômetro, foi possível construir os gráficos da FRF, do diagrama de fase e de coerência. Com esses gráficos em mãos, foi possível identificar os principais modos de vibrar (frequências naturais) e permitiu a futura comparação com o modelo numérico. Assim, os gráficos mencionados foram disponibilizados na forma de diagrama de Bode na Fig. 4.

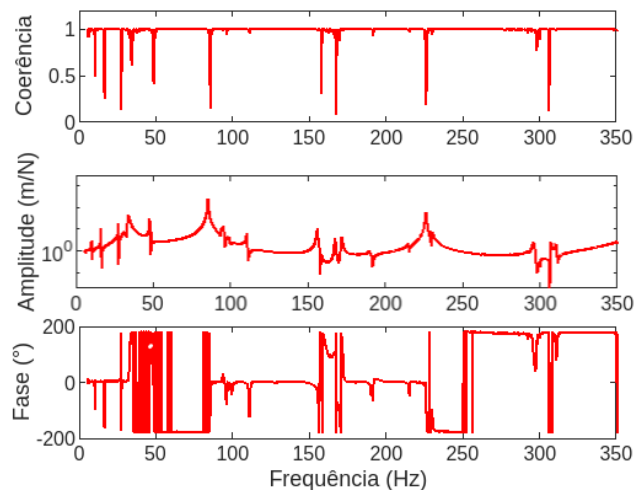


Figura 4: Diagrama de Bode do Ensaio da Placa

#### 4.2 Do Modelo Numérico

Durante a construção da malha, optou-se por utilizar uma "grid" de 100x100 elementos, totalizando 10.000 (dez mil) elementos. Esse número foi o resultado de um processo iterativo de refinamento de malha e a comparação do tempo de processamento com a porcentagem de precisão dos resultados. Além disso, como citado anteriormente, o SHELL281, elemento utilizado pelo grupo, possui oito nós ("nodes") para cada elemento. Sendo assim, o número total de nós foi: 30.401 (trinta mil quatrocentos e um).

Os resultados para a FRF no ponto do acelerômetro, tal como os modos de vibrar relacionados às frequências de ressonância no ponto, foram obtidas com sucesso e elencados na Fig.5. Da mesma forma, na tabela 4, é possível verificar a lista de todos os modos de vibrar identificados na análise modal, com exceção do primeiro modo, que é nulo, devido a liberdade da placa de transladar no eixo-z.

#### 4.3 Das Comparações

Ao comparar as FRFs dos modelos numérico e experimental, obtém-se a comparação apontada na Fig. 6. A primeira observação que pode ser feita é a translação dos picos de ressonância: existe uma diferença notável das frequências as quais os modos são visualizados. No entanto, das cinco principais frequências de ressonância obtidas no modelo experimental, listadas na Tab. 5, quatro foram corretamente previstas pelo modelo numérico. Baseado nessas frequências, obteve-se um erro médio relativo de 5,12% e um desvio padrão do erro absoluto de 9,83 Hz.

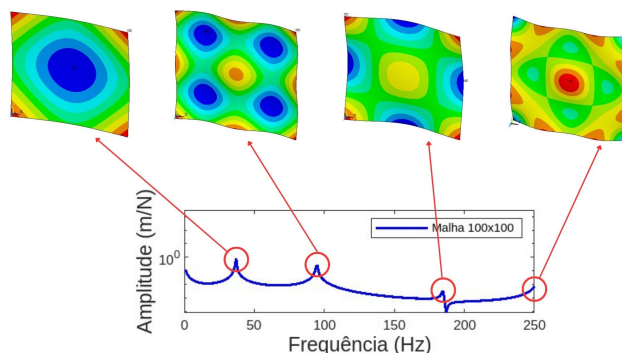


Figura 5: FRF do Modelo Numérico com Modos de Vibrar

Tabela 4: Modos de Vibrar do Modelo Numérico

Modo(s)	Freq. [Hz]	Modo(s)	Freq. [Hz]	Modo(s)	Freq. [Hz]
2 e 3	10,693	11 e 12	98,995	21	227,97
4	19,896	13	102,70	22	240,99
5	29,075	14	116,06	23	252,60
6	36,809	15 e 16	165,52	24	305,14
7 e 8	53,120	17	175,66	25 e 26	305,90
9	94,602	18	184,67	27	321,95
10	98,817	19 e 20	198,89	28 e 29	323,77

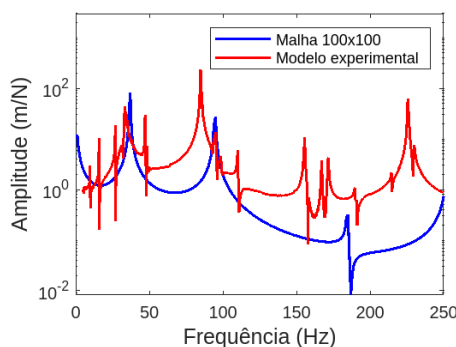


Figura 6: Comparação do Modelo Numérico e Experimental

Tabela 5: Comparação dos Valores de Frequência Natural

Experimental [Hz]	Numérico [Hz]	Erro Absoluto [Hz]	Erro Relativo
33,57	36,78	3,21	8,73%
94,09	94,55	0,35	0,37%
189,36	184,52	4,84	2,62 %
230,18	252,29	22,11	8,76%
	Média:	7,63	5,12 %
	Desvio Padrão:	9,83	4,28%

Outra observação que pode ser feita quanto às comparações gráficas, é referente à amplitude do sinal gráfico. Isso é devido a três principais aspectos: a aplicação de um impulso unitário, a ausência do ajuste de curva e, em especial, a suposição dos parâmetros de amortecimento. O primeiro afeta diretamente a amplitude de todas as frequências. Para o segundo e terceiro, em Balachandran and Magrab (2018), é proposto que é possível ajustar a curva a partir de dados experimentais, modelando os valores da matriz de rigidez, a frequência natural e o coeficiente de amortecimento. Algo semelhante foi feito na tese de Gevinski (2014), com resultados positivos.

## 5. CONCLUSÃO

Durante a execução desta prática, foi possível concluir sobre diversos aspectos que permeiam, não só o método de elementos finitos, mas boas práticas de modelagem computacional. Além disso, foi possível validar, inequivocamente, a capacidade do MEF em modelar placas sujeitas a forças pontuais e obter suas FRF e formas modais.

A primeira observação que pode ser feita quanto a acurácia do modelo numérico criado para este trabalho, é que o número de elementos o qual a malha é composta possui um impacto ímpar na qualidade da modelagem. No estudo de placas compósitas de Zhao (2016), o número de elementos utilizados ultrapassa a casa das dezenas de milhar. Durante a execução desse exercício, foram estudadas as progressões da fidedignidade do modelo apenas para as malhas 10x10, 25x25 e 100x100. Verificou-se que o maior número de elementos ocasiona um efeito de translação para a esquerda dos picos de frequências naturais, afetando visivelmente os picos nas frequências superiores à 200 Hz e significativamente a partir de 400 Hz, conforme mostra a Fig. 7. Embora isso aparente ser uma proposição "ad infinitum" (ou seja, quanto mais elementos forem elencados, maior é o deslocamento para a esquerda), o que os resultados propõem é que não há uma relação linear entre o aumento do número de elementos e a translação, mas sim uma relação *quasi*-logarítmica. Essa característica propõe uma convergência para um ponto nas redondezas da frequência real.

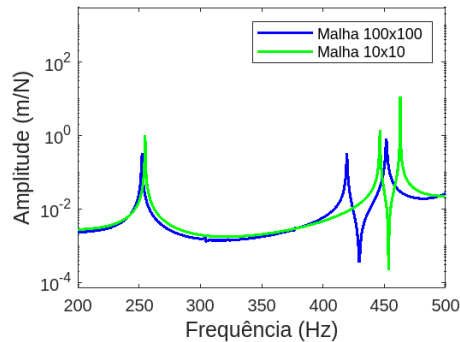


Figura 7: Comparação de Malhas com Diferentes Refinamentos

Outra observação que pode ser feita é quanto ao tipo de elemento. Embora baseado na teoria clássica de placas o elemento "shell" apresenta as melhores características para a modelagem de placas planas, o trabalho de Clouch and Tocher (1965) mostrou a utilização de elementos triangulares para a modelagem de placas com forças pontuais, obtendo resultados surpreendentemente próximos da realidade. Dessa forma, cogita-se que, para este caso em específico, convenha a utilização do denominado "Triangular Hermite Element".

Por fim, é imperativo citar que a liga e propriedades do alumínio utilizados na placa são desconhecidas e, portanto, todos os valores utilizados são especulações baseadas em sua densidade. A realização de ensaios mecânicos para a obtenção das propriedades reais da placa podem ocasionar em uma precisão melhorada do modelo. Da mesma forma, a utilização da razão constante de amortecimento de 0,003 foi completamente arbitrário, baseado em testes qualitativos da FRF, quando comparado ao modelo numérico. De acordo com Paez and Piersol (2010), são necessárias as considerações de amortecimento do material ("*material damping*") e as considerações de amortecimento do sistema como um todo para que seja feita uma análise de amortecimento condizente e real. No entanto, ambos necessitam de ensaios em amostras do material.

Apesar das aparentes inconsistências do modelo, a aproximação é fidedigna o suficiente para considerar o modelo numérico uma aproximação razoável para o comportamento vibratório da placa real, visto que o erro relativo médio das frequências naturais foi de 5,12%. O objetivo principal deste trabalho, a comparação entre modelos numérico e experimental, foi alcançado com a menção de diversos "*insights*" que podem vir a ser importantes para futuros estudos na área de vibrações mecânicas em placas e aplicações do método de elementos finitos. Dessa forma, conclui-se que o trabalho atingiu os objetivos propostos com êxito.

## 6. REFERÊNCIAS

- Balachandran, B. and Magrab, E.B., 2018. *Vibrations*. Cambridge University Press, Cambridge, 3rd edition.
- Bhaskar, K. and Varadan, T.K., 2024. *Plates: Theories and Applications*. Ane Books Pvt. Ltd., New Delhi, 2nd edition.
- Brandt, A., 2019. *Noise and vibration analysis: signal analysis and experimental procedures*. Pearson, New Jersey, 2nd edition.
- Clouch, R. and Tocher, J., 1965. "Finite element stiffness matrices for the analysis of plate bending". In *Proc. Conf. Matrix Meth. Strnct. Me&, AFFDL Rep. TR-66-80, Dayton, Ohio (1% S)*.
- Dihel, Lorenzo S.; Nuñez, I.C., 2023. "Estudo analítico, numérico e experimental de um sistema de dois graus de liberdade sob vibrações forçadas". *XXIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica*.
- Gevinski, J.R., 2014. "Determinação da deformação dinâmica em superfícies utilizando parâmetros vibracionais". *Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas*.
- Huebner, K.H., 2017. *The finite element method for engineers*. John Wiley & Sons, 6th edition.
- Inman, D., 2021. *Vibration Engineering: Theory and Practice*. Pearson Prentice Hall, New Jersey, 5th edition.

- Logan, D.L., 1986. *A first course in the finite element method*, Vol. 1. Thomson.
- Paez, T.L. and Piersol, A.G., 2010. *Harris' shock and vibration handbook*, Vol. 6. McGraw-Hill New York.
- Rao, S., 2023. *Mechanical Vibrations*. John Wiley & Sons, New Jersey, 6th edition.
- Thompson, M.K. and Thompson, J.M., 2017. *ANSYS mechanical APDL for finite element analysis*. Butterworth-Heinemann.
- Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, S. *et al.*, 1959. *Theory of plates and shells*, Vol. 2. McGraw-hill New York.
- Zhao, B., 2016. *Analysis of composite plates by using mechanics of structure genome and comparison with ANSYS*. Ph.D. thesis, Purdue University.

## **7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES**

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.