



XXX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica
19 a 23 de agosto de 2024, Uberaba, Minas Gerais, Brasil

AVALIAÇÃO DOS COEFICIENTES DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DE MANCAIS A PARTIR DO MÉTODO DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

Francisco Alberto de A. A. e Souza, francisco.alberto@ufu.br¹
Raimundo Vicente Pereira Neto, raimundo.pereira@ufu.br¹
Aldemir Aparecido Cavallini Jr, aacjunior@ufu.br¹

¹ LMEst – Laboratório de Mecânica das Estruturas, Universidade Federal de Uberlândia, Escola de Engenharia Mecânica - Av. João Naves de Ávila, 2121, Uberlândia, MG, 38408-100, Brasil.

Resumo. Mancais são subsistemas críticos de rotores, sendo um dos responsáveis por influenciar o comportamento dinâmico dessas máquinas. Neste trabalho, é detalhada a determinação dos coeficientes de rigidez e amortecimento de uma bancada experimental composta por um eixo, três discos, dois sensores, um mancal híbrido e um mancal com rolamento autocompensador de duas carreiras de esferas. Os dados experimentais da bancada foram colhidos com acelerômetros, posteriormente sendo obtidas as funções de resposta em frequências experimentais. O modelo numérico foi construído em elementos finitos, em que as variáveis desconhecidas são: amortecimentos modais e coeficientes de rigidez. Desse modo, o algoritmo de otimização heurística Evolução Diferencial foi utilizado juntamente com o modelo do rotor, em cada iteração do software retornando os melhores parâmetros que tornam a primeira frequência natural amortecida do modelo numérico próxima da primeira frequência amortecida experimental. Porém, os resultados do modelo implementado não convergiram, sendo que os amortecimentos modais possuem, em média, 50% de desvio padrão ao comparar seis diferentes execuções do modelo, a média dos desvios padrões dos coeficientes de rigidez é de 34 %. Portanto, o modelo computacional não representa o experimento associado, tais resultados divergentes são provavelmente provenientes de uma modelagem equivocada do rotor.

Palavras-chave: dinâmica de rotores, otimização heurística, evolução diferencial, análise de elementos finitos, mancal.

Abstract. Bearings are critical subsystems of rotors, being one of the responsible elements influencing the dynamic behavior of these machines. In this work, the determination of stiffness and damping coefficients of an experimental bench composed of a shaft, three disks, two sensors, a hybrid bearing, and a self-aligning double-row ball bearing are detailed. The experimental data from the setup were collected by accelerometers, and subsequently experimental frequency response functions were obtained. The numerical model was built using finite elements method, where the unknown variables are modal damping and stiffness coefficients. Thus, the Differential Evolution heuristic optimization algorithm was used together with the rotor model, returning in each iteration of the software the best parameters that make the first damped natural frequency of the numerical model close to the experimental damped natural frequency. However, the results of the implemented model did not converge, with the modal damping having on average, a 50 % standard deviation when comparing six different executions of the model, and the average of the standard deviations of the stiffness coefficients is 34 %. Therefore, the computational model does not represent the associated experiment, and such divergent results are due to incorrect modeling of the rotor.

Keywords: rotordynamics, heuristic optimization, differential evolution, finite element analysis, bearing.

1. INTRODUÇÃO

Os rotores são amplamente empregados nas indústrias de óleo e gás, aeroespacial e hidrelétrica. Nesse contexto, o estudo do comportamento dinâmico dos rotores é essencial para a identificação do seu funcionamento ideal e a verificação de comportamentos anormais, como desbalanceamento, desalinhamento e trincas.

Os mancais presentes em máquinas rotativas impactam diretamente nas respostas de vibração desses equipamentos, pois adicionam rigidez e amortecimento ao sistema analisado. Desse modo, são considerados subsistemas críticos e a escolha incorreta do projeto desses elementos pode levar os rotores a situação de risco, como a falha devido aos esforços provenientes de altas amplitudes de vibração (Vance et al., 2010).

Dada a relevância dos mancais, este trabalho utiliza o algoritmo de Evolução Diferencial (ED) e a representação numérica do rotor utilizando o método de elementos finitos a partir da biblioteca Rotordynamic Open-Source Software (ROSS), desenvolvida por pesquisadores da Petrobras, UFU e UFRJ, disponibilizada em Python (Timbó et al. 2020), com o objetivo de determinar, com base em dados experimentais de vibração, os valores dos coeficientes de rigidez e amortecimento modal do modelo físico. Tal abordagem é necessária em cenários onde se desconhece a rigidez do

acoplamento de rotores com elementos de fixação e outros elementos de máquinas acoplados. A obtenção desses coeficientes é essencial para a modelagem numérica de máquinas rotativas, visando entender o funcionamento operacional padrão e a reação do sistema em casos de anormalidade, como no desbalanceamento.

2. METODOLOGIA

A partir da biblioteca ROSS, foi montando um modelo numérico de uma bancada experimental presente no Laboratório de Mecânica de Estruturas (LMEst), o modelo físico e o numérico são apresentados na Fig. 1 e Fig. 2, respectivamente.

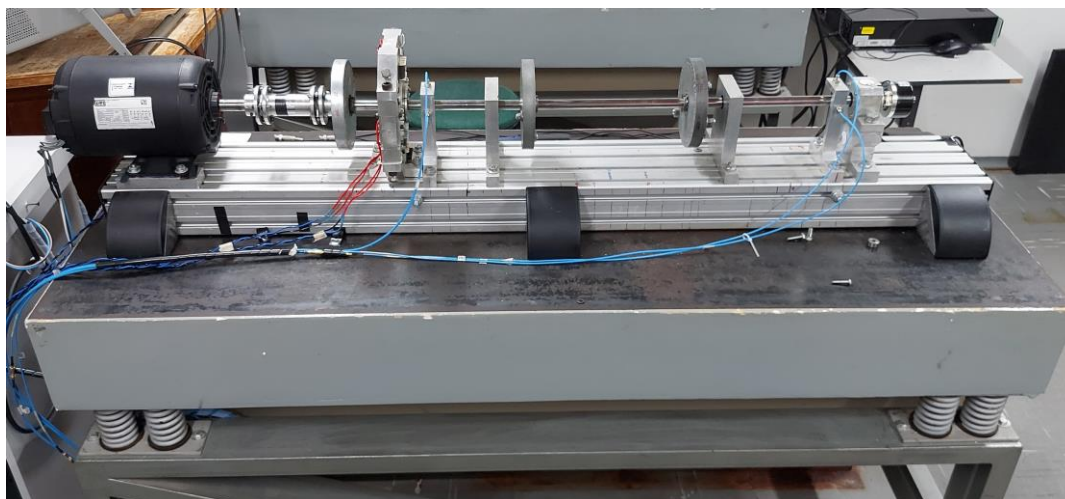


Figura 1. Modelo físico

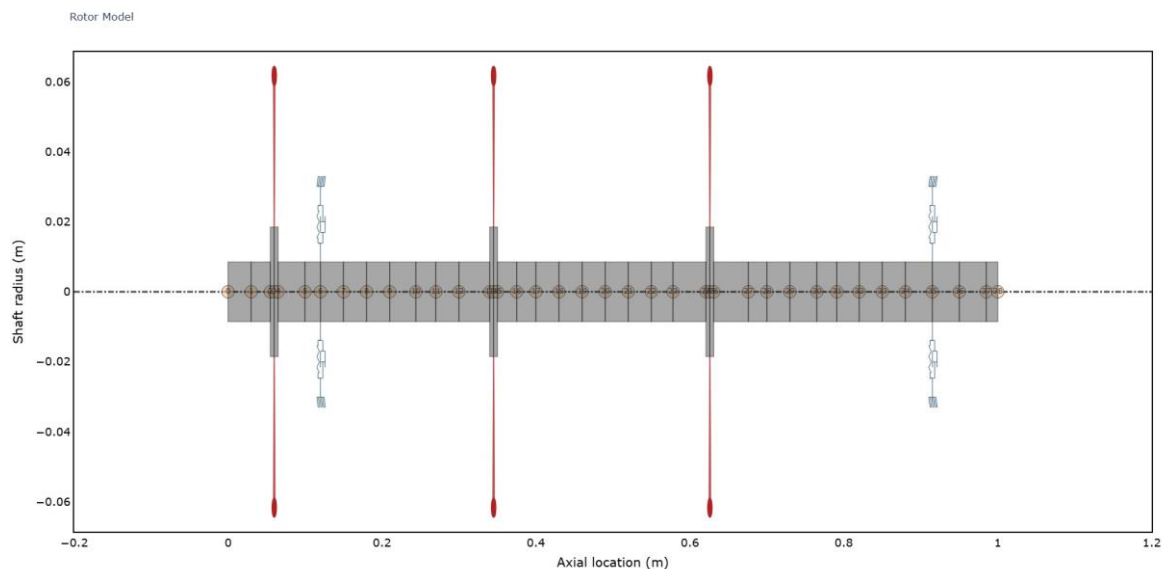


Figura 2. Modelo numérico

2.1. Especificações do rotor

O rotor é composto por 3 discos, 2 mancais e o eixo, não levando em conta as possíveis massas desbalanceadas presentes na Fig. 1. O equipamento (bancada experimental) foi projetado por Cavallini Jr (2013) e posteriormente utilizado na tese de doutorado dele.

O eixo é de aço ABNT 1045, possui um metro de comprimento e raio externo de 17 mm, sendo a origem geométrica para as outras medições dadas em sua extremidade esquerda, a partir da representação da Fig. 2.

Os três discos foram fabricados de aço 1020 e galvanizados, possuem diâmetro e espessura respectivamente avaliados em 150 mm e 20 mm, com furos roscados (M10) a cada 10°, o disco e a bucha de encaixe utilizados estão expostos na Fig. 3. O posicionamento de cada disco no rotor foi realizado nas distâncias 60 mm, 345 mm e 626 mm.



Figura 3. Disco e bucha utilizados no rotor (Fonte: Cavallini Jr, 2013)

O primeiro mancal que suporta o eixo é um mancal híbrido, exibido na Fig. 4, tendo como componentes principais 4 molas de rigidez $3,71 \times 10^5$ N/m e 4 conjuntos de bobinas eletromagnéticas, os 8 elementos fixados a um corpo de alumínio. O mancal híbrido é posicionado a uma distância de 120 mm do início do eixo.

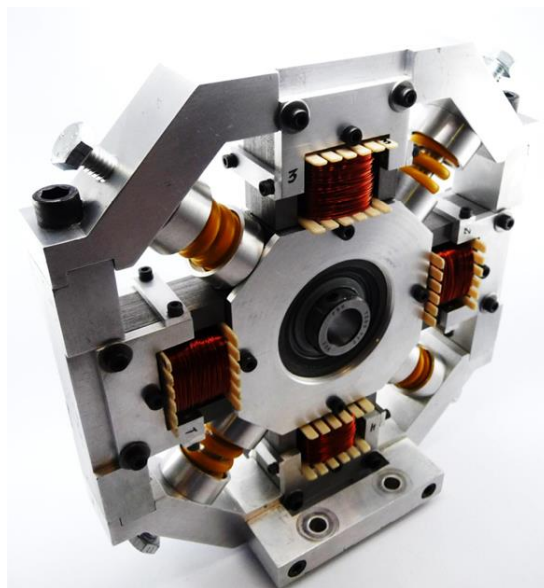


Figura 4. Mancal híbrido (Fonte: Cavallini, 2013)

O segundo mancal que suporta o eixo é fabricado em alumínio e acoplado a um rolamento autocompensador com duas carreiras de esferas (FAG® 1204-K-TVH-C3), ele é disposto na distância de 915 mm. Na Fig. 5 é exibido o conjunto mancal e rolamento.



Figura 5. Mancais e rolamento utilizados no rotor (Fonte: Cavallini Jr, 2013)

Foram utilizados dois acelerômetros acoplados em bases de alumínio para obter a resposta de vibração do sistema, ambos realizam medições nas direções vertical e horizontal. Os sensores estão dispostos a uma distância de 180 mm e 880 mm.

2.2. Evolução Diferencial

A Evolução Diferencial é um algoritmo heurístico, desenvolvido por Storn e Prince (1995), para solução de problemas de otimização, sendo empregado em trabalhos que envolvem a seleção ideal de parâmetros de projeto, como Lobato (2008) e Barbosa (2018). Esse método utiliza de operações vetoriais para encontrar uma possível ótima solução para o problema buscado, na Fig. 6 é representada graficamente a operação de mutação da ED.

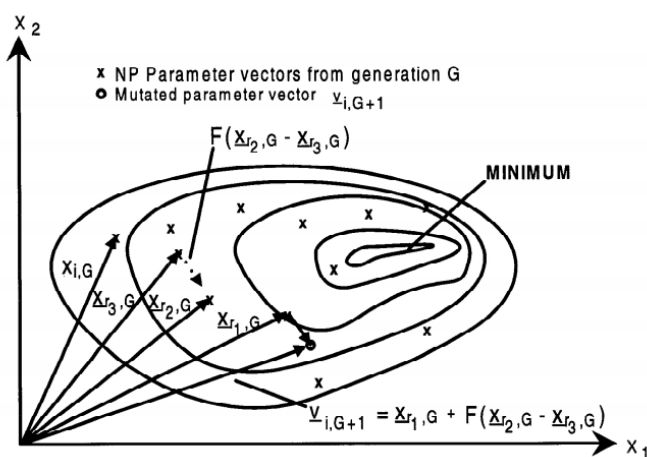


Figura 6. Exemplo do algoritmo de mutação em busca da possível solução (Fonte: Storn et al, 1997)

2.3. Método de Elementos Finitos e funcionamento do algoritmo

O modelo de elementos finitos do rotor foi gerado pelo *software* ROSS a partir do fornecimento dos dados geométricos relativos ao eixo, disco e mancais. Devido à necessidade otimizar os valores de rigidez e amortecimento, os mancais foram iniciados com esses valores nulos e em cada indivíduo da ED são gerados novos valores para esses coeficientes.

As funções de resposta em frequência numérica foram obtidas considerando o amortecimento modal, caracterizado pela Eq. (1), em que Φ é a matriz modal, C é a matriz de amortecimento no domínio físico e C_m é a matriz de amortecimento modal.

$$C_m = \phi^T C \phi \quad (1)$$

As matrizes de Massa (M), Amortecimento (C) e Rigidez (K) são geradas a partir do ROSS, iniciando os valores de amortecimento e rigidez dos mancais como nulos. Na sequência, o algoritmo de ED gera valores das variáveis a serem otimizadas, as quais são: as rigidezes vertical e horizontal do mancal um, as rigidezes vertical e horizontal do mancal dois, os seis primeiros valores de amortecimento modal e o coeficiente de rigidez do acoplamento do eixo com o motor elétrico.

Em cada indivíduo gerado a partir da Evolução Diferencial os valores a serem otimizados são inseridos dentro das matrizes C e K globais, conforme o nó e variável. A função objetivo, que busca minimizar o erro percentual entre a frequência natural amortecida numérica (f_n) e a experimental (f_e), é representada pela Eq. (2).

$$f(x) = \frac{|f_n - f_e|}{f_e} \quad (2)$$

Portanto, o algoritmo de ED é utilizado para encontrar os coeficientes de rigidez do motor físico a partir da comparação da resposta de vibração numérica e a experimental. O algoritmo foi construído em Python devido a ampla gama de bibliotecas para computação científica, resolução numérica de problemas algébricos e da biblioteca ROSS.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na Tabela 1 são expostas seis iterações do algoritmo implementado, sendo os coeficientes de rigidez representados por K_{x1} , K_{x2} , em que “x” denota a direção da rigidez e o número indica respectivamente o primeiro ou segundo mancal, K_{rot} é a rigidez do acoplamento. Os desvios padrões, que em média são 34 % dos valores de cada rigidez, são altos e indicam que o modelo de otimização está divergindo, pois o algoritmo não foi capaz de encontrar valores semelhantes para os respectivos coeficientes.

Tabela 1. Valores obtidos numericamente para os coeficientes de rigidez

	K_{x1} [N/m]	K_{y1} [N/m]	K_{x2} [N/m]	K_{y2} [N/m]	K_{rot} [N/m]
1	$2,07 \times 10^6$	$2,14 \times 10^6$	$2,51 \times 10^6$	$2,89 \times 10^6$	$2,53 \times 10^2$
2	$2,94 \times 10^6$	$2,00 \times 10^6$	$2,39 \times 10^6$	$2,06 \times 10^6$	$6,78 \times 10^2$
3	$2,05 \times 10^6$	$2,18 \times 10^6$	$1,27 \times 10^6$	$1,97 \times 10^6$	$7,94 \times 10^2$
4	$1,03 \times 10^6$	$1,38 \times 10^6$	$1,28 \times 10^6$	$1,46 \times 10^6$	$4,19 \times 10^2$
5	$1,78 \times 10^6$	$2,10 \times 10^6$	$1,03 \times 10^6$	$9,37 \times 10^6$	$4,66 \times 10^2$
6	$2,48 \times 10^6$	$2,19 \times 10^6$	$1,24 \times 10^6$	$1,46 \times 10^6$	$2,45 \times 10^2$
Média	$2,06 \times 10^6$	$2,00 \times 10^6$	$1,62 \times 10^6$	$1,80 \times 10^6$	$4,76 \times 10^2$
Desvio padrão	$6,47 \times 10^5$	$3,11 \times 10^5$	$6,49 \times 10^5$	$6,74 \times 10^5$	$2,23 \times 10^2$

Na Tabela 2 são expostas seis iterações do algoritmo implementando, sendo os valores dos amortecimentos modais representados por C_m , com o valor numérico subsequente indicando o modo amortecido. Os desvios padrões, que em média são 50 % dos valores de cada amortecimento modal, também indicam a divergência do modelo de otimização, pois o algoritmo não foi capaz de encontrar valores semelhantes para os respectivos amortecimentos.

Tabela 2. Valores obtidos numericamente para os amortecimentos modais

	C_{m1}	C_{m2}	C_{m3}	C_{m4}	C_{m5}	C_{m6}
1	$8,49 \times 10^3$	$2,32 \times 10^3$	$7,17 \times 10^3$	$5,40 \times 10^3$	$5,87 \times 10^3$	$4,71 \times 10^3$
2	$6,81 \times 10^4$	$6,57 \times 10^3$	$7,94 \times 10^3$	$8,05 \times 10^3$	$3,58 \times 10^3$	$6,00 \times 10^3$
3	$5,11 \times 10^3$	$1,23 \times 10^4$	$5,29 \times 10^3$	$6,87 \times 10^3$	$5,65 \times 10^3$	$4,00 \times 10^3$
4	$1,84 \times 10^4$	$2,67 \times 10^3$	$9,36 \times 10^4$	$5,24 \times 10^3$	$4,94 \times 10^3$	$4,66 \times 10^3$
5	$3,06 \times 10^3$	$5,95 \times 10^4$	$7,65 \times 10^3$	$9,29 \times 10^3$	$3,41 \times 10^3$	$6,23 \times 10^3$
6	$2,81 \times 10^3$	$8,97 \times 10^3$	$5,10 \times 10^3$	$5,79 \times 10^3$	$4,99 \times 10^3$	$6,91 \times 10^3$
Média	$3,39 \times 10^3$	$3,54 \times 10^3$	$5,68 \times 10^3$	$6,77 \times 10^3$	$4,74 \times 10^3$	$5,42 \times 10^3$
Desvio padrão	$3,07 \times 10^3$	$3,50 \times 10^3$	$2,61 \times 10^3$	$1,62 \times 10^3$	$1,03 \times 10^3$	$1,12 \times 10^3$

A partir da Tabela 3 é possível visualizar o erro percentual da primeira frequência natural amortecida numérica em relação ao valor da primeira frequência natural amortecida experimental. Apesar do algoritmo estar divergindo com relação aos coeficientes, ele possui um erro médio de 12 %. Desse modo, uma das possíveis hipóteses que explica o mal funcionamento da ED para esse problema são mínimos locais que dificultem que o método heurístico verifique o mínimo global para o problema.

Tabela 3. Valores das funções objetivo em cada iteração

Iteração	1	2	3	4	5	6
f(x)	13 %	17 %	18 %	7 %	13 %	3 %

Na Figura 7 é apresentado a função de resposta em frequência (FRF) obtida experimentalmente (em laranja) e a obtida pelo modelo numérico (em azul). Observa-se que a primeira frequência natural amortecida experimental está próxima da numérica, mas não há semelhança nas amplitudes em todo o espectro de frequência analisado, indicando uma discrepância entre o modelo otimizado e o experimental.

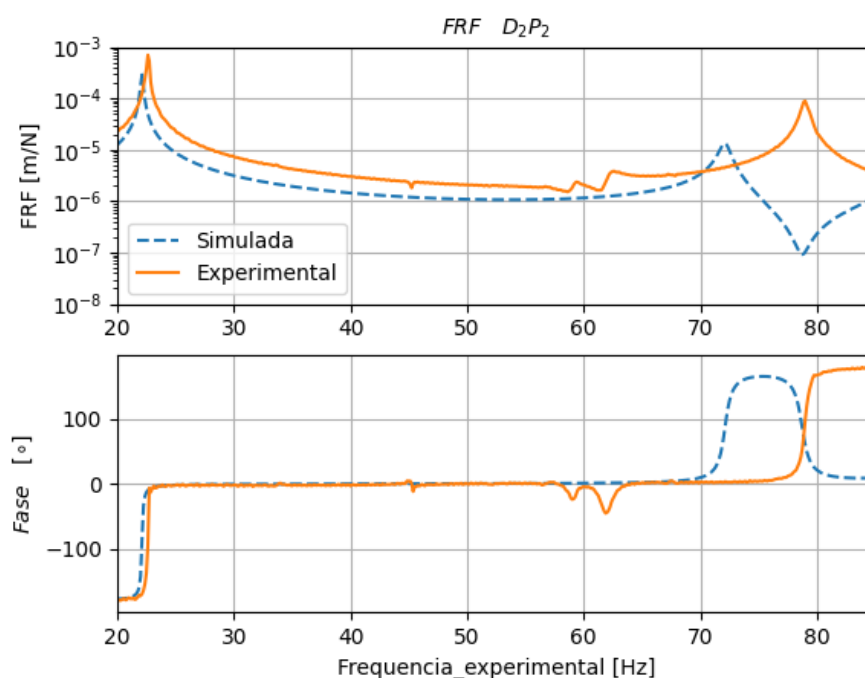


Figura 7. Diagrama de Bode numérico e experimental

Embora a aplicação da Evolução Diferencial em problemas de engenharia seja bem estabelecida, como na determinação da posição de equilíbrio de um eixo rotativo suportado por mancais hidrodinâmicos cilíndricos (Barbosa et

al., 2018), o modelo elaborado para encontrar os coeficientes desconhecidos dos mancais divergiu. Isso é provavelmente resultado de uma modelagem inadequada do rotor ou de uma seleção inadequada de parâmetros de mutação e recombinação da Evolução Diferencial, conforme evidenciado pela disparidade entre as FRFs apresentadas na Fig. 7.

4. CONCLUSÕES

Os mancais são subsistemas críticos de rotores, ditando o funcionamento dinâmico desses. Portanto, avaliar os valores dos coeficientes de rigidez e amortecimentos são essenciais para a compreensão do funcionamento deles. Desse modo, foi desenvolvido um software em Python, utilizando ED, MEF e o método de amortecimento modal para encontrar as variáveis dinâmicas dos mancais. Contudo, os resultados dos desvios padrões médios obtidos para rigidez e amortecimentos modais são, respectivamente, 34 % e 50%. Assim, o modelo não apresenta resultados satisfatórios, tendo possíveis causas a modelagem incorreta das matrizes ou seleção incorreta dos parâmetros do algoritmo de Evolução Diferencial.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem às agências de pesquisa brasileiras CNPq (406148/2022-8), FAPEMIG e CAPES, através do INCT-EIE, pelo suporte financeiro fornecido para este trabalho de pesquisa. Além disso, desejam agradecer à Petrobras pelo apoio técnico e financeiro prestado, bem como às empresas Foz do Chapecó, Baesa, Enercan, Ceran e CPFL Energia pelo apoio técnico e financeiro concedido por meio do projeto de Pesquisa e Desenvolvimento ANEEL PD-02949-3007/2022. Todos esses colaboradores foram fundamentais para o sucesso e a realização deste trabalho.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CAVALLINI Jr, A. A.. **Detecção e Identificação de Trincas Transversais Incipientes em Eixos Horizontais Flexíveis de Máquinas Rotativas**. 2013. 135 f. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.
- BARBOSA, Jefferson S. *et al.* Determinação da Posição de Equilíbrio em Mancais Hidrodinâmicos Cilíndricos usando o Algoritmo de Evolução Diferencial. **Revista CEREUS**, Brasil, 2018.
- LOBATO, Fran S. **OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO PARA O PROJETO DE SISTEMAS DE ENGENHARIA**. Orientador: Valder Steffen Jr. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil, 2008.
- STORN, Rainer *et al.* Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. **Journal of Global Optimization**, Países Baixos, p. 19, 1997.
- Timbó et al., (2020). ROSS - Rotordynamic Open Source Software. **Journal of Open Source Software**, 5(48), 2120, <https://doi.org/10.21105/joss.02120>
- VANCE, John M. **MACHINERY VIBRATION AND ROTORDYNAMICS**. 1. ed. Estados Unidos: Wiley, 2010. 412 p. v. 1. ISBN 978-0-471-46213-2.