

CONTROLE, SIMULAÇÃO E MODELAGEM DE UM MANIPULADOR COM ELO FLEXÍVEL

João Pedro Gomes Ostini Ayello, d202010261@uftm.edu.br¹
Fabian Andres Lara-Molina, fabian.molina@uftm.edu.br¹
Israel Jorge Cardenas Nunez, israel.nunez@uftm.edu.br¹

¹Univesidade Federal do Triângulo Mineiro, Departamento de Engenharia Mecânica, Av. Randolpho Borges Júnior, 1400 - Univerdecidade, Uberaba - MG, 38064-200

Resumo. O presente trabalho visa apresentar uma proposta alternativa aos trabalhos apresentados na literatura que estabelece uma estratégia de controle para atenuar as vibrações estruturais no manipulador e também controlar minimizar o erro de posição no motor simultaneamente de um manipulador com um elo flexível. Para isto, o manipulador foi modelado usando o método dos elementos finitos e o princípio de Lagrange. A seguir um protótipo experimental foi implementado com a finalidade de validar os resultados do modelo numérico do manipulador. A seguir é apresentado o esquema de controle que é aplicado no manipulador para atenuar as vibrações e minimizar o erro de posição. Finalmente, resultados numéricos ilustram os benefícios do controlador na resposta dinâmica do manipulador.

Palavras chave: manipulador robótico, controle, dinâmica, simulação, elo flexível

Abstract. The present work aims to present an alternative proposal to the works presented in the literature that establishes a control strategy to attenuate structural vibrations in the manipulator and also control to minimize the position error in the motor simultaneously of a manipulator with a flexible link. For this, the manipulator was modeled using the finite element method and the Lagrange principle. Next, an experimental prototype was implemented to validate the results of the manipulator's numerical model. Then, the control scheme is applied to the manipulator to attenuate vibrations and minimize position error. Finally, numerical results illustrate the controller's benefits on the manipulator's dynamic response.

Keywords: robotic manipulator, control, dynamics, simulation, flexible-link

1. INTRODUÇÃO

Manipuladores robóticos são amplamente usados em várias aplicações tais como aplicações médicas, sistemas de manufatura industrial e manipulação remota entre outras. Nestas aplicações, os manipuladores devem executar movimentos específicos com alta precisão e confiabilidade (Molina, 2012). No entanto, ruído nos sensores ou incertezas paramétricas podem afetar o comportamento dinâmico diminuindo o desempenho destas nestas aplicações. Para solucionar estes problemas, o desenvolvimento de sistemas controle avançados para os manipuladores permitem aprimorar o desempenho dinâmico destes e assim melhorar o funcionamento dos manipuladores (Lara-Molina *et al.*, 2012).

Em diversas aplicações experimentais, os manipuladores robóticos estão constituídos por elementos flexíveis que podem ser transmissões com rigidez finita tais como engrenagens harmônicas que introduzem flexibilidade nas juntas ou elos com uma pequena área transversal que agrega flexibilidade nos elos (De Luca and Book, 2016). Estes manipuladores denominam-se manipuladores flexíveis, e sua característica principal é que são mais leves que os manipuladores convencionais, demandando assim menos energia dos atuadores para sua operação; Entretanto, este tipo de manipuladores apresentam uma rigidez limitada que introduz um comportamento vibratório durante sua operação. Todavia, a operação confiável e a manutenção eficiente desses manipuladores exigem uma compreensão aprofundada de sua estrutura e comportamento dinâmico. Nesse contexto, a modelagem dinâmica estrutural desempenha um papel fundamental na obtenção de prognósticos precisos, contribuindo para a eficiência operacional e a redução de custos.

Várias abordagens foram aplicadas anteriormente para derivar o modelo de manipuladores flexíveis. Essas abordagens podem ser classificadas em quatro estratégias principais: abordagem de parâmetros concentrados (Zhu *et al.*, 1999), método de elementos finitos (Lara-Molina, 2022), método dos modos assumidos (AMM) (Celentano and Coppola, 2011) e método de perturbação (Vandegrift *et al.*, 1994).

Por outro lado, o controle de manipulador é uma área de pesquisa extensamente estudada, principalmente em manipuladores com elementos rígidos. Diversas técnicas têm sido utilizadas no controle dos robôs manipuladores baseadas em controle preditivo (Lara-Molina *et al.*, 2012, 2014), controle robusto (Costa *et al.*, 2018) e controle *fuzzy* (Lara-Molina *et al.*, 2015) entre outros. Adicionalmente, a aplicação e aprimoramento dos controladores nos manipuladores robóticos

têm possibilitado melhorar a aplicação dos manipuladores em aplicações.

Diversas técnicas de controle têm sido aplicadas em manipuladores com elos flexíveis (Alandoli and Lee, 2020). Controle de aprendizado por reforço foi aplicado no controle de um manipulador Quanser com dois elos flexíveis e os resultados têm apresentado melhor desempenho quando comparado a um controlador PD (He *et al.*, 2020a). O controle da posição e vibrações do manipulador de dois graus de liberdade Quanser foi realizado usando o método direto de Lyapunov e o princípio de invariância LaSalle para proporcionar estabilidade ao sistema (Zhang *et al.*, 2020). O controle das vibrações de osciladores de Duffing acoplados em um manipulador Quanser com um elo flexível foi proposto a fim melhorar o desempenho dinâmico do manipulador (Huang and Ji, 2021). Um controlador a fim de atenuar as vibrações e minimizar os erros de posição tem sido aplicado em um manipulador Quanser com um elo flexível (He *et al.*, 2020b). O controle preditivo tem sido utilizado para atenuar as vibrações em manipuladores com um elo flexível baseado no modelo de elementos finitos (Dubay *et al.*, 2014).

Consequentemente, o presente trabalho visa apresentar uma proposta alternativa aos trabalhos apresentados na literatura que estabelece uma estratégia de controle para atenuar as vibrações estruturais no manipulador e também controlar minimizar o erro de posição no motor simultaneamente de um manipulador com um elo flexível. Para isto, o manipulador foi modelado usando o método dos elementos finitos e o princípio de Lagrange. A seguir um protótipo experimental foi implementado com a finalidade de validar os resultados do modelo numérico do manipulador. A seguir é apresentado o esquema de controle que é aplicado no manipulador para atenuar as vibrações e minimizar o erro de posição. Finalmente, resultados numéricos ilustram os benefícios do controlador na resposta dinâmica do manipulador.

O presente trabalho está organizado em seis seções. Na seção 2, o modelo dinâmico do manipulador é apresentado. Na seção 3, a implementação experimental do protótipo do manipulador flexível é apresentada. A seção 4, apresenta a aproximação de controle proposta para atenuar as vibrações e minimizar o erro de posição da junta do manipulador. Os resultados correspondentes ao controle são apresentados na seção 5. Finalmente, na seção 6, são mostradas as conclusões e os trabalhos futuros.

2. MODELO DINÂMICO DO MANIPULADOR

O manipulador, representado na Figura 1, consiste em um único elo flexível com comprimento l e quatro elementos, conforme mostrado na Figura 1. Ele possui uma junta de revolução ϕ_1 , e cada elemento é identificado por $j = 1, \dots, 4$, com um total de $n_{1j} = 4$ elementos. Além disso, há uma inércia definida no eixo do motor, I_{m1} , e uma carga de massa m_{p1} é fixada na extremidade do elo.

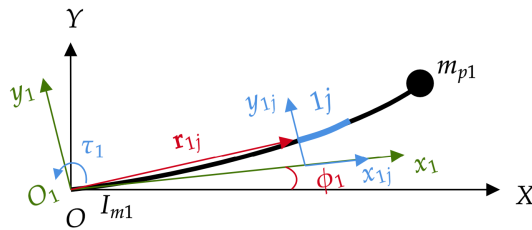


Figura 1: Representação do manipulador flexível de um elo.

Para obter a modelagem dinâmica do manipulador usando o Método dos Elementos Finitos (MEF), uma série de etapas foram seguidas. Inicialmente, a cinemática do elemento $1j$ é resolvida como o primeiro passo. Em seguida, as energias do manipulador (T_{1j} , $T_{m_{p1}}$, $T_{I_{m1}}$, V_{1j}) são calculadas como o segundo passo. Posteriormente, as energias totais do manipulador (T_{1j} , V_{1j}) são determinadas como o terceiro passo. Em seguida, as condições de contorno são aplicadas como o quarto passo. Por fim, a formulação de Lagrange é aplicada como o quinto e último passo.

1. Cinemática do elemento: a posição cartesiana \mathbf{r}_{1j} de cada elemento do elo em relação a referência inercial O é definida como:

$$\mathbf{r}_{1j} = \mathbf{R}(\phi_1, z_1)\mathbf{r}_j = \begin{bmatrix} \cos(\phi_1) & -\sin(\phi_1) \\ \sin(\phi_1) & \cos(\phi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (j-1)l_{1j} + x_{1j} \\ y_{1j} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Sendo $\mathbf{R}(\phi_1, z_1)$ a matriz de rotação do ângulo da junta ϕ_1 em torno do eixo z_1 de O_1 e r_j a posição cartesiana do elemento $1j$ em relação à origem O_1 . r_j é definido em $0 \leq x_{1j} \leq l_{1j}$; sendo $l_{1j} = l/n_{1j}$ o comprimento do elemento $1j$. O deslocamento transversal y_{1j} é definido pelas funções de interpolação $\Phi_k(x_{1j})$ para $k = 1, 2, 3, 4$ (Inman and Singh, 1994), conforme a Equação (1).

$$y_{ij}(x, t) = \sum_{k=1}^4 \Phi_k(x_{ij})u_{i,2(j-1)+k} \quad (2)$$

Sendo $\Phi_k(x_{1j})$ as funções de interpolação da solução em cada elemento definidas assim: $\Phi_1(x) = 1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3}$,
 $\Phi_2(x) = x - 2\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}$, $\Phi_3(x) = 3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3}$, $\Phi_4(x) = -\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}$.

As coordenadas generalizadas do elemento $1j$ são definidas nas seguintes matrizes de linha unitária representadas a seguir $\mathbf{q}_{1j} = [\phi_1 \ \psi_{1j}]$, onde $\psi_{1j} = [u_{1,2(j-1)+1} \ u_{1,2(j-1)+2} \ u_{1,2(j-1)+3} \ u_{1,2(j-1)+4}]$ são as coordenadas generalizadas correspondentes aos deslocamentos transversais do respectivo elemento. Aqui, $u_{1,2(j-1)+1}$ e $u_{1,2(j-1)+3}$ representam as duas coordenadas lineares do elemento $1j$, enquanto $u_{1,2(j-1)+2}$ e $u_{1,2(j-1)+4}$ representam as coordenadas rotacionais do elemento $1j$. A velocidade cartesiana dos elementos é calculada pela Equação (3).

$$\frac{\partial \mathbf{r}_{1j}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{r}_{1j}}{\partial \mathbf{q}_{1j}} \dot{\mathbf{q}}_{1j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_{1j}}{\partial \phi_1} & \frac{\partial \mathbf{r}_{1j}}{\partial u_{1,2(j-1)+1}} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{r}_{1j}}{\partial u_{1,2(j-1)+4}} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{1j} \quad (3)$$

com $\dot{\mathbf{q}}_{1j} = [\dot{\phi}_1 \ \dot{\psi}_{1j}]$.

2. Energia dos elementos: A energia cinética do manipulador é composta pelos elementos de ligação (T_{1j}), pela inércia em relação à origem ($T_{I_{m1}}$), que afeta apenas os elementos associados à junta, e pela massa da ponta ($T_{m_{p1}}$). A energia potencial considera a deformação elástica transversal dos elementos de ligação (V_{1j}). As equações que definem essas partes da energia cinética e potencial total são representadas pela Equação (4).

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{1j} = \frac{1}{2} \int_0^{l_{1j}} \rho A \left[\frac{\partial \mathbf{r}_{1j}^T}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{r}_{1j}}{\partial t} \right] dx_{1j} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_{1j}^T \mathbf{M}_{1j} \dot{\mathbf{q}}_{1j} \\ T_{m_{p1}} = \frac{1}{2} m_{p1} [\dot{\mathbf{r}}_{1j} |_{j=n_{1j}, x_{1j}=l_{1j}}]^T [\dot{\mathbf{r}}_{1j} |_{j=n_{1j}, x_{1j}=l_{1j}}] \\ = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_{1j}^T \mathbf{M}_{m_{p1}} \dot{\mathbf{q}}_{1j} \\ T_{I_{m1}} = \frac{1}{2} I_{m1} \dot{\phi}_1^2 \\ V_{1j} = \frac{1}{2} \int_0^{l_{1j}} EI \left[\frac{\partial^2 y_{1j}}{\partial x_{1j}^2} \right]^T \left[\frac{\partial^2 y_{1j}}{\partial x_{1j}^2} \right] dx_{1j} \\ = \frac{1}{2} \mathbf{q}_{1j}^T \mathbf{K}_{1j} \mathbf{q}_{1j} \end{array} \right. \quad (4)$$

Resolvendo as equações das energias cinéticas e potencial da Equação (4) são obtidas as matrizes de massa elementares \mathbf{M}_{1j} e m e a matriz de rigidez k , (Lara-Molina, 2022).

3. Energia total: a energia cinética total e a energia potencial total, são calculadas somando a energia de todos os elementos do manipulador, conforme a Equação (5).

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{T}_1 = \sum_{j=1}^{n_{1j}} T_{1j} + T_{m_{p1}} + T_{I_{m1}} = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}_1^T \tilde{\mathbf{M}}_1 \tilde{\mathbf{q}}_1 \\ \tilde{V}_1 = \sum_{j=1}^{n_{1j}} V_{1j} = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}_1^T \tilde{\mathbf{K}}_1 \tilde{\mathbf{q}}_1 \end{array} \right. \quad (5)$$

Sendo $\tilde{\mathbf{q}}_1 = [\phi_1 \ \tilde{\psi}_1]$ o vetor das coordenadas generalizadas do manipulador com $\tilde{\psi}_1$ correspondendo aos deslocamentos transversais do elo:

$$\tilde{\psi}_1 = [u_{1,1} \ u_{1,2} u_{1,2(n_{1j}-1)+1} u_{1,2(n_{1j}-1)+2} \ u_{1,2(n_{1j}-1)+3} \ u_{1,2(n_{1j}-1)+4}]$$

4. Condições de contorno: o elo está fixado à origem do movimento, o que implica que os deslocamentos lineares e angulares do elo são restritos a zero. Portanto, $u_{1,1} = 0$ e $u_{1,2} = 0$. Ao aplicar essas condições de contorno, as matrizes de massa \mathbf{M}_1 e rigidez \mathbf{K}_1 totais são obtidas eliminando as colunas e linhas correspondentes a $u_{1,1}$ e $u_{1,2}$ de $\tilde{\mathbf{M}}_1$ e $\tilde{\mathbf{K}}_1$. Além disso, as coordenadas generalizadas finais do manipulador são obtidas, representadas pelo seguinte vetor $\mathbf{q}_1 = [\phi_1 \ u_{1,3} \ u_{1,4} \ u_{1,5} \ u_{1,6} \ u_{1,7} \ u_{1,8} \ u_{1,9} \ u_{1,10}]$. Por fim, a energia cinética total e potencial são definidas como segue:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_1^T \mathbf{M}_1 \dot{\mathbf{q}}_1 \\ V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{q}_1^T \mathbf{K}_1 \mathbf{q}_1 \end{array} \right. \quad (6)$$

Tendo a matriz de massa global M_1 e a matriz de rigidez global K_1 montadas com base nas matrizes elementares M_{1j} , $M_{m_{p1}}$ e K_{1j} para $j = 1, 2, 3, 4$.

5. Formulação de Lagrange: O Lagrangiano \mathcal{L} é calculado com base na energia total do manipulador, essa é definida como $\mathcal{L} = T_1 - V_1$. A equação dinâmica do manipulador é derivada aplicando o princípio de mínima ação no Lagrangiano, que leva à equação de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = \mathbf{f} \quad (7)$$

onde \mathbf{f} é a força externa aplicada. O desenvolvimento da Equação (7) leva à equação do movimento do manipulador, representada por:

$$M_1(\mathbf{q}_1) \ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{h}_1(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1) + C_1 \dot{\mathbf{q}}_1 + K_1 \mathbf{q}_1 = \mathbf{f}_1 \quad (8)$$

com:

$\mathbf{f}_1 = [\tau_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ é o torque τ_1 aplicado pela junta ϕ_1 e

$\mathbf{q}_1 = [\phi_1 \ u_1 \ \theta_1 \ u_2 \ \theta_2 \ u_3 \ \theta_3 \ u_4 \ \theta_4]^T$. As entradas e saídas são definidas com o objetivo de implementar o controle no manipulador com elo flexível. Para isto, a entrada é torque do motor τ_1 e as saídas são a posição angular do motor definida por ϕ_1 e a aceleração na extremidade do elo \ddot{u}_4 . Por tanto, o modelo dinâmico do manipulador pode ser representado pelos bloco mostrado a seguir com base na equação de movimento da Eq. (8):

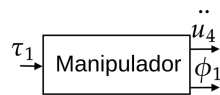
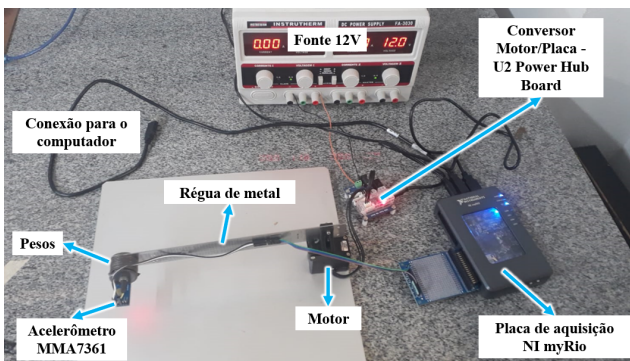


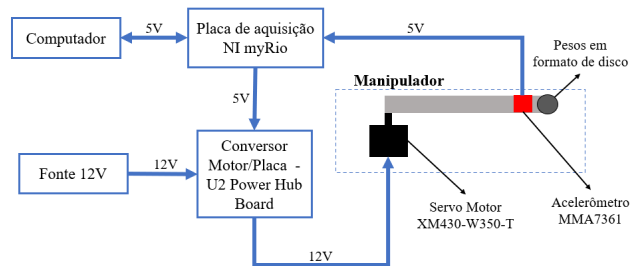
Figura 2: Diagrama de blocos do manipulador: entrada τ_1 e saídas: \ddot{u}_4 e ϕ_1 .

3. PROTÓTIPO EXPERIMENTAL

Para a construção do protótipo experimental do manipulador, foram utilizados os seguintes materiais: uma régua de metal de 19,7 cm, um acelerômetro MMA7361, um motor Dynamixel XM430-W350-T para fornecer movimento, uma placa de aquisição NI myRio, um conversor entre a placa (5V) e o motor (12V) chamado U2 Power Hub Board, uma fonte de alimentação de 12 Volts para energizar o motor e pesos em formato de disco. Com esses materiais, foi possível construir o protótipo experimental do manipulador conforme representado nas Figuras 3a e 3b.



(a) Implementação Experimental.



(b) Diagrama de Instrumentação.

Figura 3: Protótipo experimental.

O Para facilitar a compreensão do experimento, foi criada uma representação esquemática, ilustrada na Figura 3b. O procedimento experimental segue as seguintes etapas: inicialmente, o computador envia um sinal analógico para a placa, onde é convertido em sinal digital. Este sinal, inicialmente com 5 Volts, é então enviado ao conversor U2 Power Hub Board, que o converte em um sinal de 12 Volts devido à conexão direta com a fonte. Em seguida, esse sinal é transmitido ao motor, iniciando seu movimento. Durante esse deslocamento, o acelerômetro registra os sinais de aceleração, os quais são enviados à placa de aquisição. Por fim, a placa retransmite esses dados ao computador para a geração de gráficos computador para a geração de gráficos.

4. PROJETO DO CONTROLADOR

O projeto de controle visa atuar no experimento mostrado no tópico acima de forma que é projetado para atenuar as vibrações no elo flexível e minimizar o erro de posição na junta. Dessa forma, o controlador que é proposto nesta contribuição considerará duas ações fundamentais para aprimorar o experimento, sendo: *i*) Controle das vibração *ii*) Controle de posição.

4.1 Controle de Posição-Vibração

O diagrama esquemático do projeto de controle é apresentado na Fig. 4. Inicialmente, o manipulador é apresentado com sua entrada τ_1 e saídas \ddot{u}_4 e ϕ . As saídas consideram os sinais medidos pelo acelerômetro e o encoder conforme apresentado na implementação experimental mostrado na seção 3.

O controlador voltado para atenuar as vibrações representado pelo bloco $C_v(s)$ tem como objetivo zerar a aceleração na extremidade do elo flexível e conseqüentemente atenuar a amplitude da vibração.

Portanto, a referência da aceleração é definida como zero $\ddot{u}_r = 0$. O erro de aceleração define-se como $0 - \ddot{u}_4$ e assim a lei de controle de vibração para esta aplicação define-se como: $\tau_v(t) = C_v(0 - \ddot{u}_4(t))$.

O controle de posição tem como objetivo zerar o erro de posição $e_p(t) = \phi_{1r}(t) - \phi(t)$; assim, o controle anulará o erro de posição em estado estável:

$$\lim_{t \rightarrow 0} e_p(t) = 0 \quad (9)$$

A lei de controle de posição define-se por $\tau_p = C_p e_p(t)$ onde C_p corresponderá a uma ação de controle proporcional-derivativa-integral que será analisada na próxima seção.

Finalmente, a lei de controle total considera a soma do controle de vibração e controle de posição; assim, $\tau_1(t) = \tau_v(t) + \tau_p(t)$. Como apresentado na Fig. 4, o controle é aplicado no manipulador.

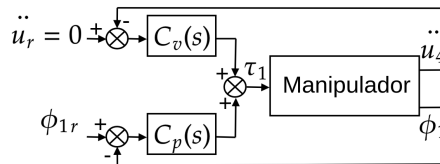


Figura 4: Diagrama de controle para a posição e vibração.

4.2 Sintonização do Controlador Modelo Simplificado

A sintonização do controlador do modelo simplificado foi dividida em duas partes, a primeira sendo o controle proporcional ($C_p(s) = Kp$) para ϕ e a segunda sendo o controle proporcional derivativo ($C_v(s) = Kp + Kds$) para \ddot{u}_4 .

Sendo assim, foi montado o sistema de controle apresentado na Fig. 5, com um controlador proporcional e a função de transferencia da junta sem controle. A função de transferencia resultante do sistema controlado é comparada com a função de transferencia de um sistema de segunda ordem para encontrar o valor de $Kp = 0,016$ com base na frequência natural do sistema.

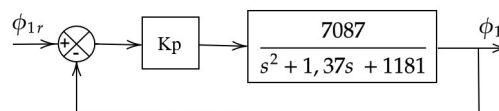


Figura 5: Sistema de controle da vibração do elo.

$$\frac{\phi}{\phi_{1r}} = \frac{7087 \cdot Kp}{s^2 + 1,37s + (7087 \cdot Kp + 1181)} \quad (10)$$

$$\frac{\phi}{\phi_{1r}} = \frac{K \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}$$

$$K_p = \frac{\omega_n^2 - 1181}{7087} = 0.016 \quad (11)$$

Para o sistema de controle da vibração do elo apresentado na Fig. 6, foi montado o diagrama de blocos do sistema controlado, usando a função de transferência do sistema sem controle, no Simulink do Matlab e foi implementado uma entrada degrau, com isso foi possível otimizar o sistema com o autotune do software encontrando os valores otimizados de $K_p = 1.275$, $K_d = 0.24$.

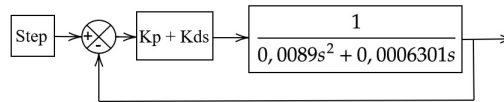


Figura 6: Sistema de controle da junta.

5. RESULTADOS

Os resultados apresentam uma análise da resposta numérica baseada na simulação computacional do modelo dinâmico na seção 2. e do projeto do controlador da seção 4, será comparado a resposta experimental do sistema sem o controle, tais gráficos foram mostrados na seção 4., com a resposta simulada do sistema com o controlador.

5.1 Controle no Modelo Simplificado

Levando em consideração o controlador na Fig. 5, a análise do modelo simplificado é apresentada na Fig. 7 que mostra a diminuição da amplitude da FRF quando comparada o modelo simplificado sem controle, representado pela linha verde, com o modelo simplificado com controle proporcional, representado pela linha rosa. O pico do sistema sem controle é de 150 N/s^2 , enquanto o pico do sistema com controle é de $2,29 \text{ N/s}^2$, tal redução demonstra o efeito do controle proporcional, que é deslocar a FRF para diminuir a amplitude, satisfazendo o objetivo de diminuir a aceleração na extremidade do manipulador no modelo simplificado.

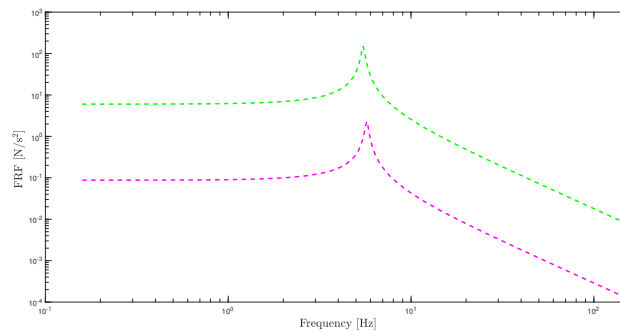


Figura 7: FRF do modelo simplificado com e sem controle.

5.2 Controle no Modelo Completo

Adicionalmente, foi feita a simulação do comportamento do sistema completo sem controle e com controle baseado no modelo da Fig. 4±, para uma primeira análise da otimização do modelo foi gerada a FRF das simulações, apresentada na Fig. 8. Pode ser observado que existem duas curvas, em vermelho é a resposta simulada com controle e em azul é a resposta simulada sem controle, dessa forma fica evidente que ocorreu uma diminuição do pico da FRF sendo que sem o controle o pico ficou em $162,85 \text{ N/s}^2$ e com o controle do modelo completo o pico reduziu para $37,71 \text{ N/s}^2$.

Outra análise dos resultados obtidos pode ser feita com base na Fig. 9 em que é mostrado o comportamento da aceleração na extremidade do elo flexível, \ddot{u}_4 , sendo a curva vermelha a aceleração do sistema com controle e a curva azul do sistema sem controle. Observa-se que ocorreu uma grande diminuição do tempo de estabilização do sistema, para o sistema sem controle a estabilização ocorre após cerca de 1,5 segundos, já para o modelo controlado a estabilização foi reduzida para cerca de 0,4 segundos (ver Fig. 9). Além disso, aceleração máxima foi reduzida de $16,6 \text{ m/s}^2$ para $13,3 \text{ m/s}^2$, tais reduções evidenciam o sucesso do projeto do controle e da otimização dos parâmetros dos controladores.

Por último, também foi analisado na Fig. 10 o comportamento da posição angular da junta, ϕ , sendo a curva vermelha a posição angular do sistema com controle e a curva azul do sistema sem controle. É perceptível que ocorre uma grande

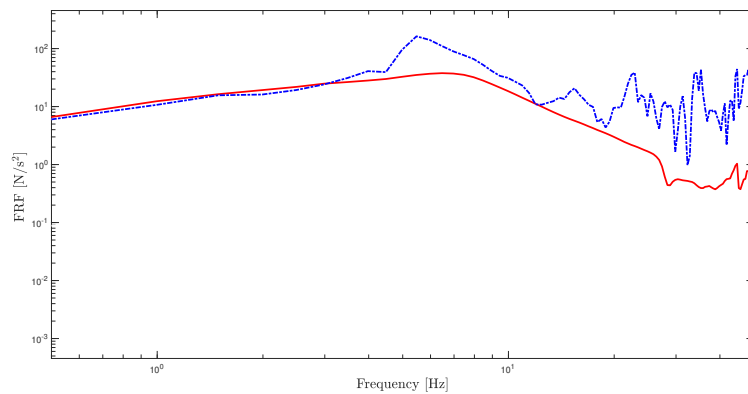


Figura 8: FRF do modelo completo com e sem controle.

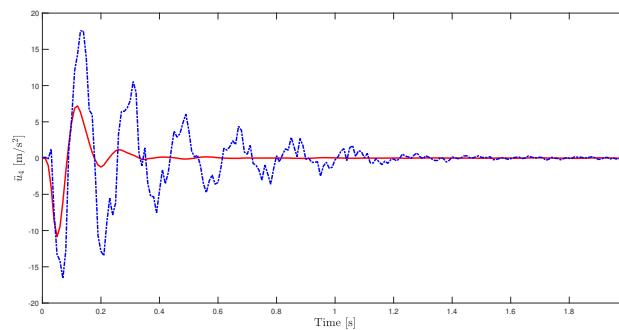


Figura 9: Aceleração da ponta do modelo completo com e sem controle.

diminuição do tempo de estabilização da posição, para o sistema sem controle a estabilização ocorre após cerca de 1,4 segundos, já para o sistema controlado a estabilização foi reduzida para cerca de 0,45 segundos (ver Fig. 10). Como a vibração e a aceleração da ponta do manipulador foi diminuída, o comportamento senoidal mostrado pela curva da posição angular do sistema sem controle é neutralizado e com isso o tempo de estabilização do sistema é reduzido de forma satisfatória.

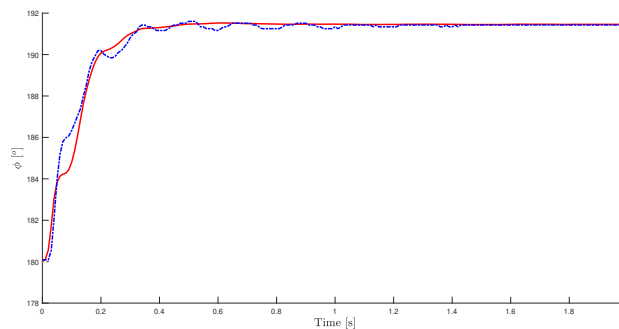


Figura 10: Posição angular do modelo completo com e sem controle.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho, realizou-se a modelagem dinâmica de um manipulador com um elo flexível utilizando o método dos elementos finitos e o princípio de Lagrange para obter a equação de movimento. Além disso, foi realizado o projeto de um controlador, sua sintonização e a simulação da resposta do sistema controlado. A partir da modelagem dinâmica do manipulador, implementou-se a simulação computacional no MATLAB®. Esta simulação computacional permitiu computar a resposta dinâmica através da avaliação do movimento do motor e da vibração da aceleração na extremidade

do elo. Também foram simuladas tais respostas para o sistema controlado.

Com base nos resultados obtidos na simulação, é possível observar que o projeto do controlador, tanto para o modelo completo quanto para o modelo simplificado, foi satisfatório. Trabalhos futuros visam desenvolver a implementação prática do projeto do controlador no manipulador de elo flexível.

7. REFERÊNCIAS

- Alandoli, E.A. and Lee, T.S., 2020. “A critical review of control techniques for flexible and rigid link manipulators”. *Robotica*, Vol. 38, No. 12, pp. 2239–2265.
- Celentano, L. and Coppola, A., 2011. “A computationally efficient method for modeling flexible robots based on the assumed modes method”. *Applied mathematics and computation*, Vol. 218, No. 8, pp. 4483–4493.
- Costa, T.L., Lara-Molina, F.A., Junior, A.A.C. and Taketa, E., 2018. “Robust h_∞ computed torque control for manipulators”. *IEEE Latin America Transactions*, Vol. 16, No. 2, pp. 398–407.
- De Luca, A. and Book, W.J., 2016. “Robots with flexible elements”. *Springer Handbook of Robotics*, pp. 243–282.
- Dubay, R., Hassan, M., Li, C. and Charest, M., 2014. “Finite element based model predictive control for active vibration suppression of a one-link flexible manipulator”. *Isa Transactions*, Vol. 53, No. 5, pp. 1609–1619.
- He, W., Gao, H., Zhou, C., Yang, C. and Li, Z., 2020a. “Reinforcement learning control of a flexible two-link manipulator: An experimental investigation”. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, Vol. 51, No. 12, pp. 7326–7336.
- He, X., Zhang, S., Ouyang, Y. and Fu, Q., 2020b. “Vibration control for a flexible single-link manipulator and its application”. *IET Control Theory & Applications*, Vol. 14, No. 7, pp. 930–938.
- Huang, J. and Ji, J., 2021. “Vibration control of coupled duffing oscillators in flexible single-link manipulators”. *Journal of Vibration and control*, Vol. 27, No. 17-18, pp. 2058–2068.
- Inman, D.J. and Singh, R.C., 1994. *Engineering vibration*, Vol. 3. Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ.
- Lara-Molina, F., Takano, K. and Koroishi, E., 2015. “Set-point regulation of a robot manipulator with flexible joints using fuzzy control”. In *2015 12th Latin American Robotics Symposium and 2015 3rd Brazilian Symposium on Robotics (LARS-SBR)*. IEEE, pp. 103–108.
- Lara-Molina, F.A., 2022. “Modeling of flexible-link manipulators under uncertain parameters based on stochastic finite element method”. *Journal of Mechanisms and Robotics*, Vol. 14, No. 6, p. 061002.
- Lara-Molina, F.A., Rosario, J.M., Dumur, D. and Wenger, P., 2012. “Generalized predictive control of parallel robots”. In *Robot Motion and Control 2011*, Springer, pp. 159–169.
- Lara-Molina, F.A., Rosário, J.M., Dumur, D. and Wenger, P., 2014. “Robust generalized predictive control of the orthoglide robot”. *Industrial Robot: An International Journal*, Vol. 41, No. 3, pp. 275–285.
- Molina, F.A.L., 2012. *Simulação e implementação experimental de um controlador preditivo generalizado para um robô orthoglide baseado na modelagem dinâmica*. Ph.D. thesis, [sn].
- Vandegrift, M., Lewis, F.L. and Zhu, S., 1994. “Flexible-link robot arm control by a feedback linearization/singular perturbation approach”. *Journal of Robotic Systems*, Vol. 11, No. 7, pp. 591–603.
- Zhang, S., Zhao, X., Liu, Z. and Li, Q., 2020. “Boundary torque control of a flexible two-link manipulator and its experimental investigation”. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 68, No. 9, pp. 8708–8717.
- Zhu, G., Ge, S.S. and Lee, T.H., 1999. “Simulation studies of tip tracking control of a single-link flexible robot based on a lumped model”. *Robotica*, Vol. 17, No. 1, pp. 71–78.

8. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.