



FABRICAÇÃO DA BANCADA RESMAT α E MODELOS PARA ANÁLISE DE REAÇÕES APLICANDO CARGAS CONCENTRADAS E DISTRIBUIDAS

Nestor Gálvez Ronceros

Marlo Matheus de Oliveira Costa

UNIFACS – Universidade Salvador

Rua R. Rio Tinto, 152 - Santa Monica, Feira de Santana - BA, 44077-140

nestor.ronceros@ulife.com.br

mmdocosta@gmail.com

Resumo: O trabalho sobre a construção da bancada RESMAT α para análise de reação de cargas apresenta duas etapas, a primeira; produção dos corpos de provas de aço 1020 que não superem as 700 gramas, construção da estrutura e implementação dos materiais experimentais como dinamômetros, barras rígida, pesos de cargas pontuais e distribuídas. A segunda; cálculo matemático dos centroides segundo a equação de comportamento da curva dos corpos mediante o uso de Excel, análise das reações produzidas nos pontos de acoplamentos representados pela posição dos dinamômetros que estão acoplados à barra horizontal. Os resultados experimentais serão comparados com os cálculos teóricos segundo as equações de equilíbrio de um corpo rígido tais como $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M_o = 0$. Os resultados mostram o potencial da bancada experimental já que trata-se de uma ferramenta didática-lúdica para modelagem de sistemas estáticos para comparados com resultados teóricos e que nos permite desenvolver situações práticas mais complexas na unidade de ensino das disciplinas das engenharias de resistência dos materiais, estruturas, etc.

Palavras-chave: Cargas distribuídas, equações de equilíbrio, bancada didática.

Abstract. The present work on the construction of the RESMAT α kit didactic for load reaction analysis show two stages, the first; production of 1020 steel specimens that do not exceed 700 grams, construction of the structure and implementation of experimental materials such as dynamometers, rigid bars, weights of punctual and distributed loads. The second; mathematical calculation of the centroids according to the equation of behavior of the curve of the bodies using Excel, analysis of the reactions produced at the coupling points represented by the position of the dynamometers that are coupled to the horizontal bar. The experimental results will be compared with the theoretical calculations according to the equilibrium equations of a rigid body such as $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M_o = 0$. The results show the potential of the experimental kit since it is a didactic-ludic tool for modeling static systems to be compared with theoretical results and that allows us to develop more complex practical situations in the teaching of mechanic of materials courses, structures, etc

Keywords: Distributed loads, equations for static equilibrium, didactic kit

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho mostra a construção de uma bancada didática para comparar a análise experimental e teórica do comportamento das cargas pontuais e distribuídas que atuam numa viga, são utilizados modelos que representam cargas com a finalidade de auxiliar na correlação ao nível de graduação entre a teoria e a prática. A bancada visa comparar mediante a realização experimental com leituras das reações nos instrumentos de medição e com os cálculos de reações aplicando os conceitos de equilíbrio de forças e somatória de momentos; uteis para todo laboratório de resistência dos materiais nos cursos das engenharias da UNIFACS.

Muitas dificuldades são apresentadas em algumas disciplinas quando se trata de entender os fenômenos muitas vezes imperceptíveis aos olhos dos alunos, com a intenção de implementar as metodologias ativas e marcar um diferencial dentro do ensino e preparar os estudantes mais para o mercado laboral procura-se criar situações práticas que ponham a prova os conceitos abordados em sala de aula.

Modelos de cargas distribuídas são produzidos a partir da usinagem de blocos de aço estrutural A36, tais modelos servem para simular situações de análises a escala, os corpos de prova nos fornecem medidas que são analisados mediante o Excel para obter o comportamento das curvas características da superfície superior, isto com a finalidade de calcular o centróide na direção do eixo X para cálculo do momento mediante as equações de equilíbrio.

Os pontos de apoio serão substituídos por ligações com dinamômetros tubulares como onde serão feitas as leituras dos valores em newtons cuja leitura nos fornecerá o valor de referência a comparar com os cálculos feitos analiticamente.

Para isso, na próxima seção serão considerados os fundamentos teóricos que embasarão nosso estudo. Após isso, trazemos o percurso metodológico que nos permitiu realizar pesquisas e comentar sobre os temas aqui apresentados, dando sequência para apresentação e análise dos dados colhidos e produzidos durante a implementação desse processo.

Na sequência os resultados serão discutidos e esclarecidos para fim concluir com os pontos considerados mais relevantes.

2. CONCEITOS FUNDAMENTAIS

2.1 Força concentrada ou carga pontual

Segundo Hibbeler (2009) e Plesha *et al.* (2014) definem como a única força aplicada em um ponto do corpo. Cabe mencionar que essas forças não existem na natureza. Também pode ser definida como carga estática por que não há efeitos dinâmicos ou inerciais devido a movimentos (Gere e Goodno, 2017).

A unidade é o Newton, cuja simbologia é a letra N.

2.2 Forças distribuídas

Medida como a intensidade de força por unidade de comprimento, representada por uma serie de setas ao longo da linha de aplicação (Hibbeler, 2009). Segundo Plesha *et al.* (2014) existem três tipos de forças distribuídas, as de linha, de superfície e de volume. Sua unidade é N/m.

2.3 Diagrama de corpo livre (DCL)

Segundo Meriam e Kraige (2013), referem-se à representação esquemática do sistema isolado, tratando como um único corpo. No diagrama representamos todas as forças que atuam no sistema. Já Plesha *et al.* (2014) define DCL como o esboço de um corpo que se separa de seu ambiente onde as forças devem ser mostradas no desenho.

2.4 Equilíbrio de um corpo rígido

Constitui a parte mais importante da estática e os procedimentos formam a base para a resolução de problemas estáticos e dinâmicos (Meriam e Kraige, 2013).

É necessário analisar no equilíbrio de forças que não exista deslocamento nem rotação em qualquer dos eixos conhecidos, Hibbeler (2009) menciona que o equilíbrio de um corpo exige um equilíbrio de forças, para impedir que a translação ou um movimento acelerado de corpo ao longo de uma trajetória reta ou curva segundo a Eq. (1) e Eq. (2) apresentadas abaixo e uma equação de equilíbrio de momentos para impedir que um corpo gire segundo

$$\sum F_x = 0 \quad \text{a Eq. (3).}$$

Segundo Beer e Johnston (2011) a determinação das reações nos apoios de um corpo rígido é feito com a análise mediante as equações de equilíbrio.

Tratando-se de um sistema em duas dimensões simplificam-se as equações de equilíbrio para as seguintes equações:

$$\sum F_x = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_o = 0 \quad (3)$$

2.5 Centroide

Segundo Meriam e Kraige (2013) definem centroide como a linha de ação do peso de um corpo. É necessário o cálculo do centroide para realizar a análise do momento mediante as equações de equilíbrio.

As equações de cálculo para corpos que possuem comportamento assimétricos e que são matéria de análise para nosso projeto podem ser calculados segundo Plesha *et al.* (2014) mediante a Eq. (4) e Eq. (5):

$$\bar{x} = \int x dA / \int dA \quad (4)$$

$$\bar{y} = \int y dA / \int dA \quad (5)$$

3. METODOLOGIA

3.1 Obtenção da equação do comportamento da carga distribuída

Os corpos de prova mostrados na Fig.1 foram obtidos a partir dos acabamentos mediante usinagem de peças de aço estrutural A36. Os corpos de prova proporcionam modelos de cargas distribuídas de figuras não simétricas e que estão representados por uma equação polinomial ($f(x)$), para corpos de prova com curvatura como são os casos **a**, **b** e **c** as equações são obtidas mediante os próprios pontos periféricos que são medidos com ajuda de um paquímetro.



Figura 1. Perfil dos corpos de prova **a**, **b**, **c** e **d** para análise de carga distribuída
 Fonte: Autor (2022)

Os pontos obtidos no formato (x,y) analisando o corpo de prova **a** são apresentados na Fig. 2, medindo comprimento e altura para logo ser inseridos no programa *Excel*.

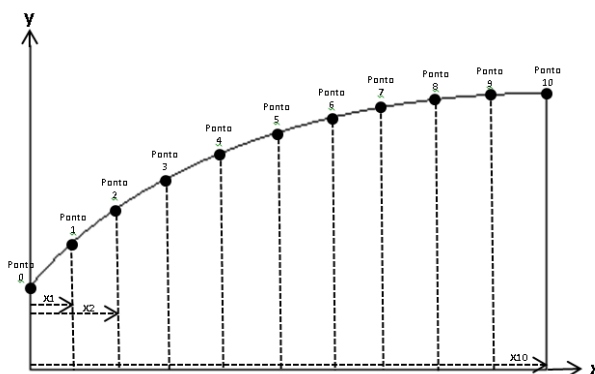


Figura 2. Procedimento para obtenção dos pontos (x,y)
 Fonte: Autor (2022)

Mediante os pontos obtidos são elaboradas a Tab. 1 para o corpo de prova **a** e Tab. 2 para o corpo de prova **b** os quais nos ajudam a esboçar os gráficos apresentados na Fig. 3 e Fig. 4, os pontos representados no programa *Excel* (2016) nos ajudará a encontrar a curva característica e a equação do comportamento da curva do corpo de prova.

Com a equação obtida é possível calcular aplicando os conceitos de integração a localização do centroide no eixo X, muito útil para os cálculos de momento no sistema em equilíbrio da estrutura.

Tabela 1. Pontos obtidos a partir da análise do corpo de prova **a** (Autor 2022)

Comprimento x (mm)	0,00	9,65	19,50	29,90	39,55	49,30	59,00	69,00	78,75	88,40	99,05
Altura h (mm)	49,60	48,40	47,45	45,60	43,00	40,20	37,00	32,40	27,05	22,15	15,35

Tabela 2. Pontos obtidos a partir da análise do corpo de prova **b** (Autor 2022)

Comprimento x (mm)	0,00	9,00	19,00	29,00	39,80	49,50	59,75	70,00	79,60	89,75	99,45
Altura h (mm)	50,25	43,20	35,65	29,30	24,35	21,10	18,60	16,15	14,10	12,30	11,05

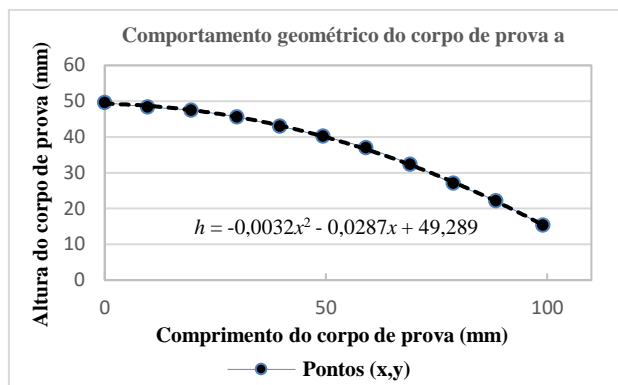


Figura 3. Representação gráfica no Excel dos pontos obtidos do perfil do corpo de prova a
 Fonte: Autor (2022)

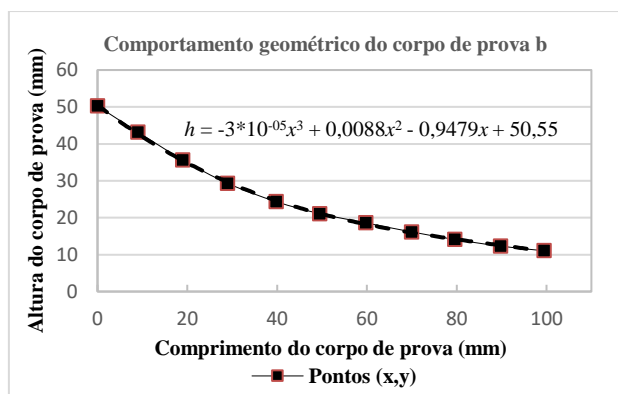


Figura 4. Representação gráfica no Excel dos pontos obtidos do perfil do corpo de prova b
 Fonte: Autor (2022)

Os gráficos nos mostram as equações a usar para o cálculo do centróide com respeito ao eixo X, a coordenada do centroide \bar{x} será de utilidade quando for determinar o momento gerado em relação a um ponto de referência.

3.2 Materiais para a instalação da bancada Resmat α

Mostra-se na Fig. 5 os materiais usados para a montagem da bancada Resmat α para a análise experimental e a leitura das reações no dinamômetro tubular.

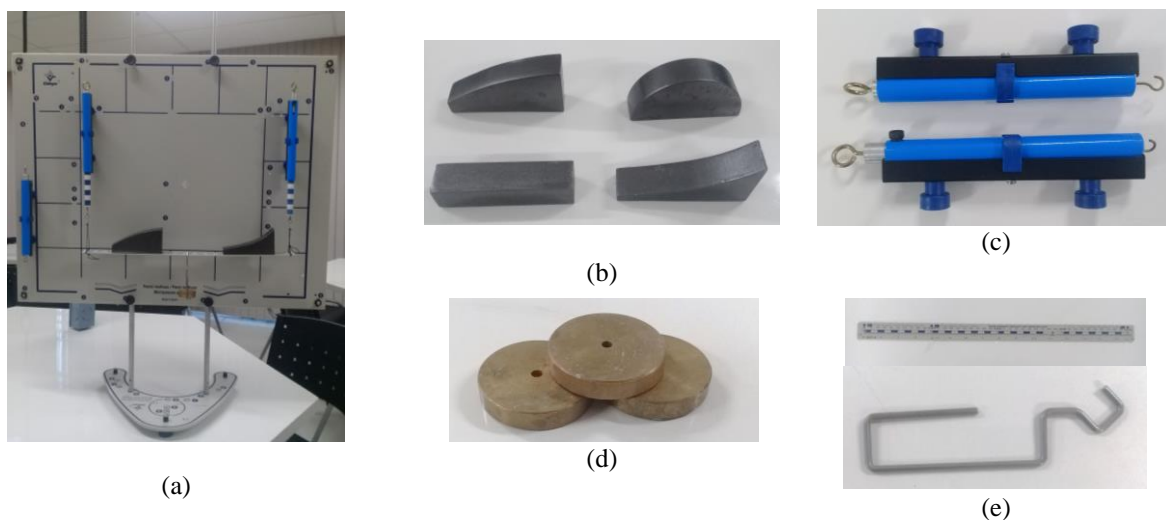


Figura 5. Materiais para montagem da Bancada Resmat α . (a) Panel (b) Protótipos de simulação de carga distribuída (c) Dinamômetros tubular de 0 a 10 N com prolongador. (d) Pesas em formato de discos (40 mm de diâmetro) para simulação de carga concentrada de 50 gramas cada (e) Gancho para pesas, régua de aço estrutural A36 de 400 mm.
 Fonte: Autor (2022)

3.3 Cálculo do centróide

É necessário o cálculo do centróide com antecedência para realizar os cálculos mediante as equações de equilíbrio do sistema. Sabendo que a equação do corpo de prova **a** é definida pela Eq. (6), se procede a avaliar a Eq. (6) mediante o uso da Eq. (4) com o intuito de achar o valor da coordenada \bar{x}_a do centroide no eixo X.

$$h_a = -0,0032x^2 - 0,0287x + 49,289 \quad (6)$$

Segundo as medições realizadas no corpo de prova **a**, o comprimento da base é 99,05 mm, aplicando a fórmula para o cálculo do centróide $dA = y dx$, têm-se para o corpo de prova **a** o seguinte:

$$\bar{x}_a = \frac{\int_0^{99,05} x y dx}{\int_0^{99,05} y dx} = \frac{\int_0^{99,05} x (-0,0032x^2 - 0,0287x + 49,289) dx}{\int_0^{99,05} (-0,0032x^2 - 0,0287x + 49,289) dx}$$

$$\bar{x}_a = \frac{155485,14}{3704,73} \rightarrow \bar{x}_a = 41,97 \text{ mm}$$

Quando analisado o corpo de prova **b** definida pela Eq. (7), se procede a avaliar a Eq. (7) mediante o uso da Eq. (4) com o intuito de achar o valor da coordenada \bar{x}_b do centroide no eixo X.

$$h_b = -3 * 10^{-5}x^3 + 0,0088 x^2 - 0,9479 x + 50,55 \quad (7)$$

Segundo as medições realizadas no corpo de prova **b**, o comprimento da base é 99,45 mm, aplicando a fórmula para o cálculo do centroide, temos:

$$\bar{x}_b = \frac{\int_0^{99,45} x y dx}{\int_0^{99,45} y dx} = \frac{\int_0^{99,45} x (-3 * 10^{-5}x^3 + 0,0088 x^2 - 0,9479 x + 50,55) dx}{\int_0^{99,45} (-3 * 10^{-5}x^3 + 0,0088 x^2 - 0,9479 x + 50,55) dx}$$

$$\bar{x}_b = \frac{96027,29}{2491,25} \rightarrow \bar{x}_b = 38,54 \text{ mm}$$

3.4 Instalação e procedimento experimental

Para realizar a análise de um caso em particular usaremos uma complexidade com ajuda de dois corpos de provas (**c** e **a**) e uma carga concentrada produzida com ajuda dos discos que atuam numa barra que faz a semelhança com uma viga de 400 mm de comprimento, a estrutura é fixada em dois dinamômetros tubulares que nos ajudaram a calcular as reações mediante a leitura de maneira experimental como mostrado na Fig. 6.

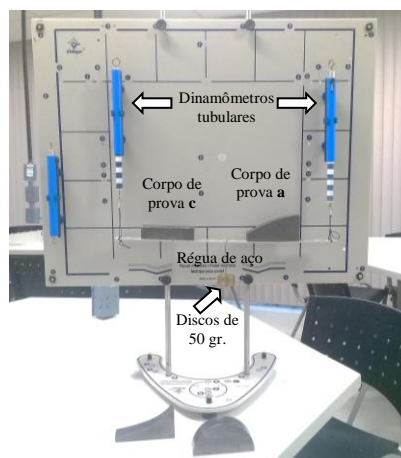


Figura 6. Representação de um caso na bancada experimental Resmat α e seu esquema correspondente para a análise teórica

Fonte: Autor (2022)

3.4.1 Análise para o Caso I

Apresenta-se na Fig. 7 o arranjo da primeira análise na bancada para cálculo de reações, assim como a situação semelhante para uma estrutura apoiada em acoplamentos simples de pino externo e rolete.

Usando as equações de equilíbrio segundo o DCL do sistema mostrado na Fig. 8. $W_{\text{régua}}$ e $W_{3 \text{ discos}}$ foram substituídos pelas cargas em newton correspondentes, com isto, podem se calcular os resultados das reações de forma analítica assim como lidos os valores nos dinamômetros.

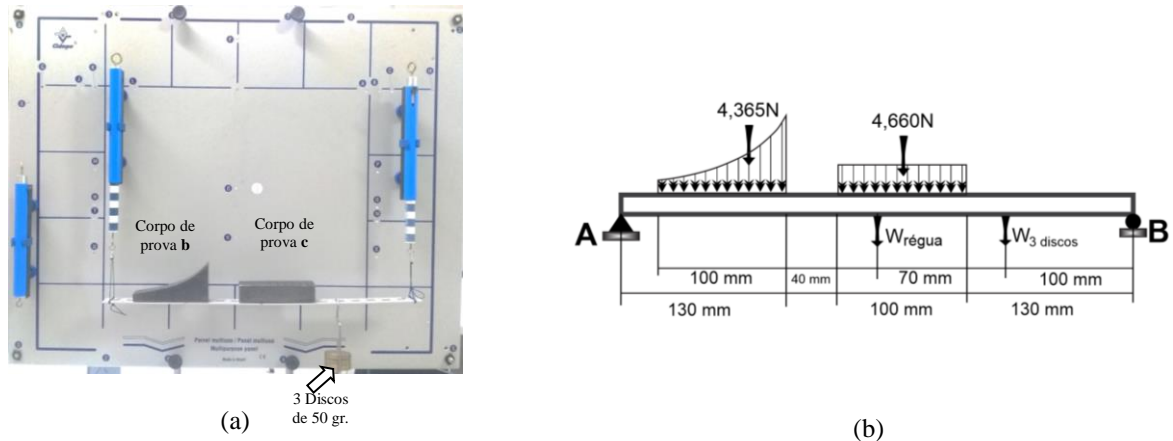


Figura 7. (a) Arranjo da bancada para utilização dos corpos de provas **b** e **c** mais uma carga pontual de três discos (150gr.) (b) representação esquemática da instalação da bancada para análise da viga mediante equações de equilíbrio.
 Fonte: Autor (2022)

3.4.1.1 Diagrama de corpo livre – Caso I

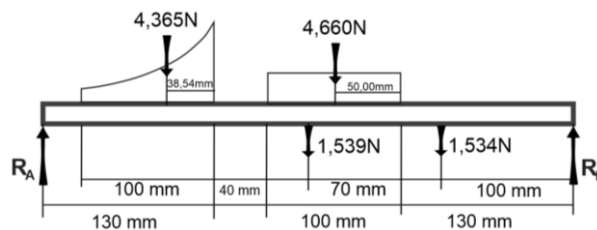


Figura 8. Diagrama de Corpo Livre para o CASO I.
 Fonte: Autor (2022)

3.4.1.2 Equações de equilíbrio para o Caso I

$$\sum F_Y = 0 \quad -4,365 - 4,660 - 1,538 - 1,534 + R_A + R_B = 0$$

$$\sum M_O = 0 \quad -4,365(130 - 38,54) - 1,538(200) - 1,534(300) - 4,660(220) + R_B(400) = 0$$

$$R_B = 5,48 \text{ N}$$

$$R_A = 6,61 \text{ N}$$

3.4.2 Análise para o Caso II

De forma similar ao Caso I se procede a gerar um novo arranjo para o Caso II mostrado na Fig. 9 para análise usando os corpos de prova **a** e **b**, dois discos (100gr.) representando uma carga pontual.

Usando as equações de equilíbrio extraídos do DCL mostrado na Fig. 9 (b) podem-se calcular os resultados das reações de forma analítica e obter os valores experimentais nos dinamômetros como mostrado na figura 9 (a).

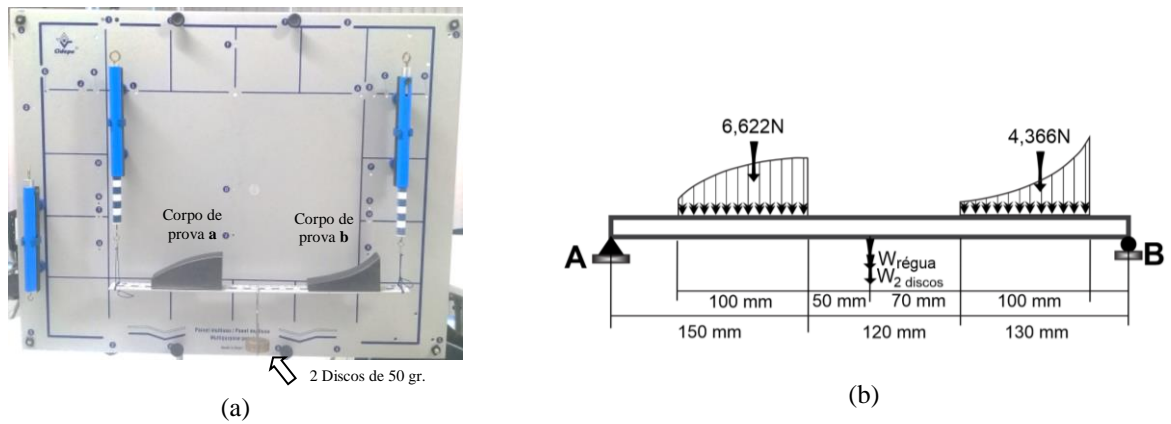


Figura 9. (a) Arranjo da bancada para utilização dos elementos a, b mais um peso de dois discos, (b) esquema semelhante para análise da viga mediante equações de equilíbrio
 Fonte: Autor (2022)

3.4.2.1 Diagrama de corpo livre – Caso II

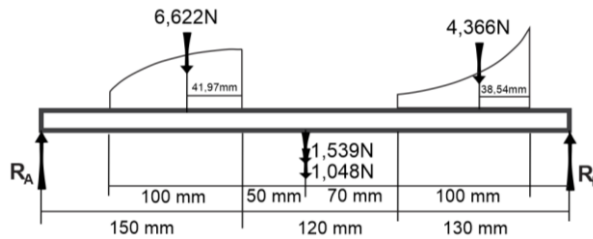


Figura 10. Diagrama de Corpo Livre para o CASO II
 Fonte : Autor (2022)

3.4.2.2 Equações de equilíbrio para o Caso II

$$\sum F_Y = 0 \quad -4,365 - 6,62260 - 1,048 - 1,534 + R_A + R_B = 0$$

$$\sum M_O = 0 \quad -4,365(400 - 68,54) - (1,534 + 1,048)(200) - 6,622(150 - 41,97) + R_B(400) = 0$$

$$R_B = 6,69 \text{ N}$$

$$R_A = 6,87 \text{ N}$$

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Comparação entre resultados analíticos e leituras dos dinamômetros

Comparando os resultados calculados com as leituras dos dinamômetros apresentados na Tab. 3, se observar que os resultados calculados e os obtidos nos instrumentos de medição são muito próximos.

Tabela 3. Valores comparativos entre resultados calculados e lidos no dinamômetro (Autor, 2022)

Reações	Cálculo mediante Equações de Equilíbrio		Leitura no dinamômetro		% Erro (calculado e leitura)	
	CASO I	CASO II	CASO I	CASO II	CASO I	CASO II
R _A (N)	6,61	6,87	6,45	6,75	2,42	1,74
R _B (N)	5,48	6,69	5,45	6,55	0,55	2,09

5. CONCLUSÕES

O presente trabalho permite demonstrar a importância da obtenção mediante cálculos dos pontos geométricos dos corpos sólidos tais como centroides, centro de massa, etc.

Trabalhar com esses resultados nos permite fazer simulações a escalas dos fenômenos que acontecerão com medidas reais com baixo percentual de erro.

Os resultados obtidos mostram uma aproximação com erros menores de 3% demonstrando a efetividade da bancada sendo também um material lúdico para ser implementados nos laboratórios do grupo Anima.

A produção de novos formatos de peças nos permitirão simular diversas situações a escala da vida real, as peças em produção são modelos a escala de carros de pequeno e grande porte, corpos de cargas distribuídas diferentes para análises em vigas e barras estruturais, etc.

A bancada permite também aprofundar em análise de deflexões com ajuda de relógio comparador, ainda em análise.

6. AGRADECIMENTOS

Agradecer a UNIFACS

7. REFERÊNCIAS

Beer, F. P., Johnston, E. R. Jr., 2011. “Resistência dos Materiais”, Tradução: Celso Pinto Morais Pereira. 3 Ed. São Paulo, Pearson Makron Books.

Gere, J.M., Goodno, B.J., 2017. “Mecânica dos Materiais”, Cengage Learning.

Hibbeler, R. C., 2010. “Resistencia dos Materiais”, 7 Ed. São Paulo, Pearson Prentice Hall.

Meriam, J.L., Kraige, L.G., 2016. “Mecânica para Engenharia - Estática”, volume 1. Tradução: Hector Reynaldo Meneses Costa. Porto Alegre. Bookman. 7 Ed. Rio de Janeiro.

Plesha, M.E., Gray, G.L., Costanzo, F., 2014. “Mecânica para Engenharia - Estática”, Tradução: Eduardo Antonio Wink de Menezes. Porto Alegre. Bookman.

Microsoft Excel, Microsoft Windows, x64. Versão estável: 2016. (16.0.6769.2017).

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelo material impresso contido neste artigo.