

OBTENÇÃO DE CARACTERÍSTICAS DE PLACAS VIA MÉTODOS INVERSOS

Kevin Cohim Hereda de Freitas Marinho, kevin.marinho@unesp.br
Murilo Sartorato, murilo.sartorato@unesp.br

¹Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista – UNESP
Av. Profa. Isette Correa Fontão, 505 – Jardim das Flores, São João da Boa Vista

Resumo. O presente projeto de pesquisa propõe realizar simulações dinâmicas e realização de experimentos de vibração para encontrar valores de amortecimento através de análises inversas. Para isso são traçados objetivos específicos relacionados a realização de experimentos de vibração, pós-processamento dos dados, implementação de códigos de simulação da resposta dinâmica de elementos estruturais via o Método dos Elementos Finitos e algoritmos de passo no tempo e análise nos domínios modal e da frequência e sua utilização junto a algoritmos de otimização e análise inversa para obtenção experimental de amortecimento estrutural. O desenvolvimento da pesquisa iniciou-se na realização de revisões bibliográficas a respeito da prática de análises inversas via algoritmos de otimização. Com isso, seguiu-se para a implementação de algoritmos de integração numérica e passo no tempo em Python e a realização de experimentos em laboratórios. A partir da execução dessas etapas obtiveram-se semelhanças entre as simulações realizadas e os resultados experimentais e notou-se que a solução do modelo dinâmico contínuo por meios derivativos não é o meio mais indicado devido à lentidão de processamento.

Palavras chave: Simulação dinâmica. Método dos Elementos Finitos. Análise inversa. Otimização.

Abstract. This research project proposes to perform dynamic simulations and conduct vibration experiments to find damping values through inverse analysis. For this purpose specific objectives are set related to the realization of vibration experiments, post-processing of the data, implementation of simulation codes of dynamic response of structural elements via the Finite Element Method and step-in-time algorithms and analysis in the modal and frequency domains are outlined and it's use as together with optimization algorithms and inverse analysis inverse analysis to obtain experimental structural damping. The development of the research began with carrying out bibliographic reviews regarding the practice of inverse analysis via optimization algorithms. With that, it was followed by the implementation of algorithms of numerical integration and step in time in Python and the accomplishment of experiments in laboratories. From the execution of these steps, similarities were obtained between the simulations performed and the experimental results and it was noted that the solution of the continuous dynamic model by derivative means is not the most suitable means due to the slowness of processing.

Keywords: Dynamic simulation. Finite Element Method. Reverse analysis. Optimization.

1. INTRODUÇÃO

A análise de características dinâmicas em elementos estruturais é um desafio em diversas áreas da academia e indústria, em especial nas áreas de engenharia veicular como, por exemplo, as indústrias automobilísticas, aeronáutica, aeroespacial e naval. Em particular, os elementos estruturais utilizados em indústrias que buscam peso reduzido como requisito de projeto como a aeroespacial e a aeronáutica levam a difícil obtenção e previsão das características de amortecimento, mesmo através de resultados experimentais. Esse fato é causado pela baixa espessura dos elementos primários como vigas e placas e pela utilização de montagens complexas que possuem materiais com características não-lineares como adesivos com características visco elásticas em juntas coladas, ou juntas cravadas nas quais as forças de contato são particularmente complexas de serem previstas (Raymer, 2006).

Dessa maneira, o presente trabalho introduz formas clássicas de simulação numérica de vibrações de corpos contínuos utilizando o Método dos Elementos Finitos e as utiliza junto de experimentos e de métodos de correlação para citar uma metodologia de obtenção de amortecimento estrutural através de análises inversas.

2. METODOLOGIA

A seguir são mostrados os procedimentos numéricos e experimentais realizados.

2.1. IMPLEMENTAÇÃO DE ALGORITMOS DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA E PASSO NO TEMPO EM PYTHON

O problema de vibração estrutural clássico, encontrado na equação em espaço de estados (Eq. 4 - Craig et al, 2006) será resolvido através de pacotes de integração numérica de equações diferenciais ordinárias pré-implementado junto à biblioteca SciPy (*scipy.integrate*, utilizando os métodos *solve_ivp* e *solve_bvp* - Virtanen et al., 2020) em linguagem Python utilizando diferentes métodos (Runge-Kutta, BDF, ADAMs). Inicialmente foi implementado problemas discretos do tipo massa mola de um, dois e n graus-de-liberdade para familiarização com o método. Em seguida, problemas mais complexos vindos de estruturas contínuas do tipo placa foram simulados utilizando matrizes de massa e rigidez discretizadas via métodos numéricos na linguagem Python.

$$\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \dot{u} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}F \end{Bmatrix} \quad (1)$$

O sistema por espaço de estados, exposto na equação 1, abrange sistemas de múltiplos graus de liberdade e sistemas contínuos. As letras \dot{u} e \ddot{u} indicam as características dinâmicas do sistema, representando velocidade e aceleração, respectivamente. Enquanto que M^{-1} é uma matriz inversa de massas, K matrizes de rigidez, C matrizes de amortecimento, F matrizes de forças, I matriz identidade e 0 uma matriz de zeros. Dito seja que todos esses termos são compostos por matrizes, eles são escritos dessa forma para simplificar a representação.

O amortecimento se proporcional pode ser modelado como:

$$C = \alpha M + \beta K \quad (1)$$

Para a realização das simulações e a obtenção de gráficos do comportamento vibracional dos corpos de provas analisados foram implementadas bibliotecas específicas na linguagem do Python. Por exemplo, foi utilizado a biblioteca *Numpy* para operações rápidas e indexações de matrizes no código.

Ademais, também foi utilizada a biblioteca *Scipy*, a qual trabalha com os *arrays* criados pela *Numpy*, fornecendo integrações numéricas e otimizações bem eficientes. A sua principal função do código é a de encontrar a solução da equação do espaço de estados, com os parâmetros e os valores iniciais fornecidos, a função empregada para obter os dados foi a *scipy.integrate* e calcular Transformada rápida de Fourier (FFT) dos comportamentos dinâmicos.

Por fim, para a visualização dos resultados obtidos pelas simulações realizadas são plotados gráficos da aceleração e FFT por meio do módulo *pyplot*, importada da biblioteca *Matplotlib*. Dessa forma, permitindo a visualização e análise do comportamento vibracional do elemento de inercia definido pelos parâmetros do código.

O fluxograma, Figura 1, descreve a linha de pensamento colocada na construção dos códigos na linguagem Python.

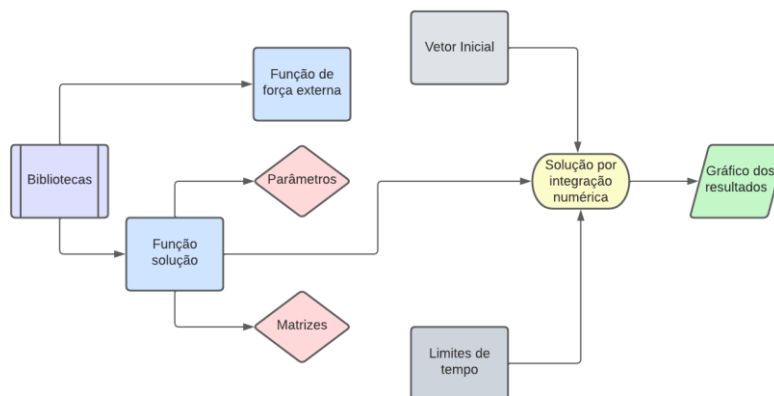


Figura 1. Fluxograma

Para encontrar as soluções das funções espaço de estado dos modelos massa molas aplicou-se os métodos numéricos e Runge-Kutta e o BDF.

A fórmula para o método de Runge-Kutta é denotada por:

$$y_{n+1} = y_n + h \left(\frac{k_{n1} + 2k_{n2} + 2k_{n3} + k_{n4}}{6} \right) \quad (5)$$

O método de Runge-Kutta é o mais apropriado para sistemas de Equações Diferenciais Ordinárias, mas não é tão eficiente na resolução de problemas de Equações Diferenciais Parciais. Esse procedimento apresenta um erro de truncamento local proporcional a h^5 , tornando-o mais preciso e é utilizado para cálculos aproximados em problemas de valores iniciais. Portanto, esse tratamento de dados se enquadra para solucionar a equação de espaço de estados das simulações feitas na pesquisa.

Já o método implícito BDF resolve sistemas de Equações Diferenciais Algébricas baseando-se em fórmulas de diferenciação inversas. Esse método de solução é reconhecido por sua estabilidade, entretanto ele pode sofrer graves efeitos de amortecimento. Ambos os métodos testados são capazes de resolver algoritmos de passo no tempo livres, intermediários, estritos e manuais.

2.2. CRITÉRIOS DE CORRELAÇÃO E ANÁLISES INVERSAS

A prática de análises inversas via algoritmos de otimização são um conjunto de técnicas capazes de obter resultados quantitativos de amortecimento de Rayleigh, estrutural, modal proposicional ou não proporcional através da minimização de funções de correlação entre respostas numéricas simuladas e respostas experimentais. Diversas métricas de correlação existem, algumas vindas da teoria de processamento digitais de sinais; particularmente na área de vibrações as correlações de significância (do inglês *assurance correlations* em tradução livre) são utilizadas para identificar as diferenças entre resultados numéricos obtidos de simulações e experimentais, dentre elas a MAC (do inglês *modal assurance criterion* - Pastor et al., 2012 - Eq. 1), RVAC (do inglês *response vector assurance criterion* - Medeiros et al, 2016 - Eq. 2) e TSAC (do inglês *time series assurance criterion* Medeiros et al, 2016 - Eq. 3) ligam as respostas numéricas obtidas com as respostas experimentais através da convolução dos dados modais, em frequência e temporais respectivamente entre os dois métodos.

$$MAC(i, j) = \frac{|\phi_{num}^t \phi_{exp}^*|^2}{(\phi_{num}^t \phi_{num}^*) \cdot (\phi_{exp}^t \phi_{exp}^*)} \quad (3)$$

$$RVAC(i, j) = \frac{|H_{num}^t H_{exp}^*|^2}{(H_{num}^t H_{num}^*) \cdot (H_{exp}^t H_{exp}^*)} \quad (4)$$

$$TSAC(i, j) = \frac{|u_{num}^t u_{exp}^*|^2}{(u_{num}^t u_{num}^*) \cdot (u_{exp}^t u_{exp}^*)} \quad (5)$$

Utilizando essas métricas um problema de otimização no qual elas devem ser maximizadas em função de diferentes constantes de amortecimento utilizadas nas simulações numéricas pode ser utilizado para obter experimentalmente de maneira precisa, sem a necessidade de aproximar os modelos por modelos de segunda ordem ou utilizar premissas de amortecimento proporcional (Lin e Zhu, 2006; Pradhan e Modak, 2017; Cong et al., 2020).

Dentro desse contexto, a proposta atual vai no sentido da realização de experimentos vibracionais sob diferentes condições de contorno em estruturas do tipo placa manufaturadas em diferentes materiais e geometrias e criar algoritmos de simulação numérica e otimização inversa para identificação de parâmetros dinâmicos de amortecimento. Essa ferramenta poderá ser utilizada em trabalhos futuros que utilizarão análise inversa para geração de populações no treinamento de redes neurais artificiais de identificação de amortecimento (Xiao et al, 2014; Yilmaz et al., 2020) em elementos estruturais complexos que podem conter fenômenos e comportamentos não-lineares, devido às características previamente destacadas.

2.3. REALIZAÇÃO DE EXPERIMENTOS

Experimentos com uma placa retangular de alumínio aeronáutico Al2024-T3 foi realizada no laboratório de engenharia aeronáutica da Faculdade de Engenharia-Câmpus de São João da Boa Vista-Unesp para a obtenção de dados a respeito do comportamento dinâmico desse material sob a aplicação de uma carga de impacto.

O experimento realizado tem o objetivo analisar o comportamento vibracional do material da placa posta em prova. A placa de alumínio tem comprimento de 27,5 centímetros, a sua largura é de 5,1 centímetros e a sua espessura é de aproximadamente 0,93 milímetros.



Figura 2. Uma das medidas aproximadas realizadas da espessura

A recepção dos dados é feita por um acelerômetro com sensibilidade de 100mv/g parafusado na ponta da placa de alumínio e conectado a um sistema de aquisição. O martelo de impacto com célula de carga com sensibilidade de 100mv/N, é utilizado como uma ferramenta para excitar o deslocamento da placa. Os impactos foram aplicados na ponta da placa – no seu centro, nas quinas e nas laterais. Isso ocorreu, enquanto o corpo de prova estava em uma condição de engaste através da fixação de sua base por um grampo.

Conforme os dados eram coletados o comportamento da vibração da placa de alumínio era mostrado no software NI-DAQmx, exposto na fig. 3, permitindo melhor visualização e interpretação.



Figura 3. Montagem experimental.

O engaste foi feito a partir de um grampo mecânico numa bancada de concreto servindo como base inercial, determinando um sistema engastado livre. Com isso, utilizando um martelo de impacto induziu-se uma força instantânea na ponta da placa de alumínio.

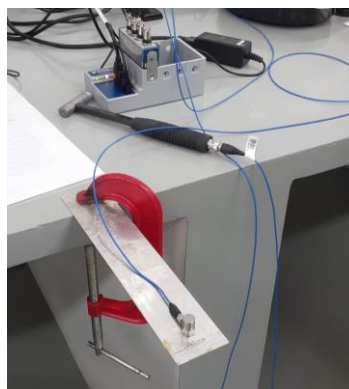


Figura 4. Placa fixada por um grampo

Nesse experimento utilizou-se um sistema bi-engastado realizado por meio das garras de uma máquina de ensaios, modelo BioPDI de 100kN, conforme a fig. 5.

Foram designados dois/três pontos para o impacto no corpo de prova e o sensor (acelerômetro) foi centralizado na placa para a obtenção dos dados.

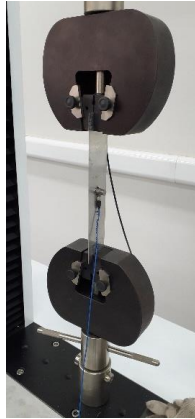


Figura 5. Placa de alumínio bi-engastada

Os engastes realizados não foram perfeitos em nenhum dos casos, no primeiro experimento o grampo fixa a placa pontualmente, ou seja, não prende a borda como um todo. Por isso, os valores da análise podem destoar e conter erros comparados aos das simulações realizadas.

Além disso, no segundo experimento a máquina de tração não travou de forma ideal o corpo de prova, devido a isso também há uma margem de erro em comparação as simulações.

Por fim, os acelerômetros foram parafusados ao invés de colados o que causou a placa ter sido furada, reduzindo a massa inicial do corpo, ou seja, alterando um pouco os resultados esperados.

3. RESULTADOS PARCIAIS

A partir dos dados obtidos por meio do acelerômetro e lidos pelo sistema de aquisição foi possível descrever o comportamento da placa de alumínio nas práticas experimentais.

As unidades para o tempo estão em segundos, enquanto o eixo das ordenadas dos gráficos representa a aceleração. Para as análises considera-se o início do gráfico como o tempo zero.

O gráfico para a primeira configuração experimental com impacto na quina da ponta, utilizando o martelo é:

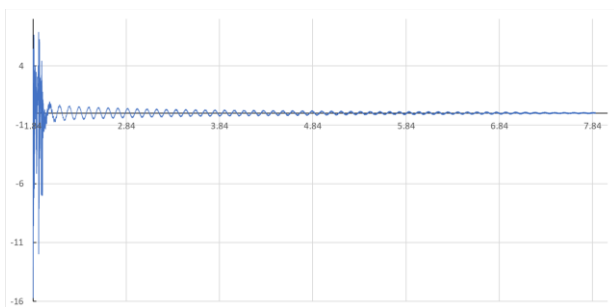


Figura 6. Aceleração da placa de alumínio em função do tempo

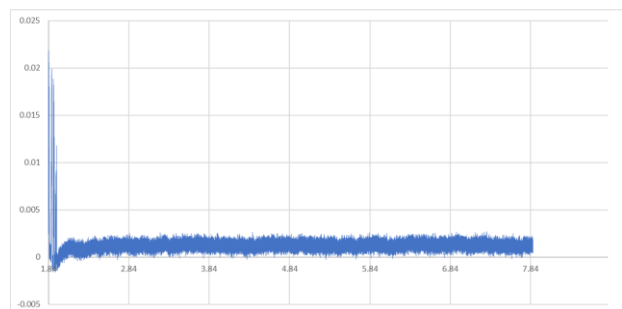


Figura 7. Aceleração provocada pelo martelo de impacto

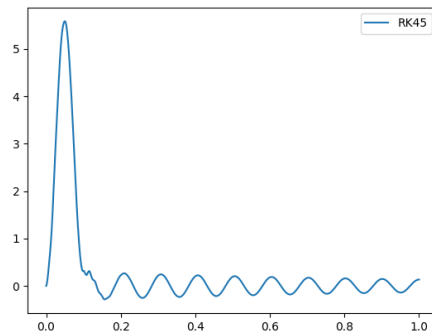


Figura 8. Simulação da primeira configuração experimental

Inferese, portanto, que analisando a sobreposição das fig. 6 e 8 nota-se que o comportamento dinâmico obtido através das simulações numéricas se aproxima das reais características dinâmicas da placa de alumínio, encontradas por meio dos experimentos. Isto é, a frequência e amplitude da aceleração dos dois gráficos são semelhantes significativamente.

Com a obtenção de outros materiais e a aprimoração do código em Python utilizado foram realizadas diversas simulações para duas condições de contorno diferentes. Com isso, obteve-se o comportamento dinâmicos das placas, para a configuração engastada livre e bi-engastada, e a resposta em frequência.

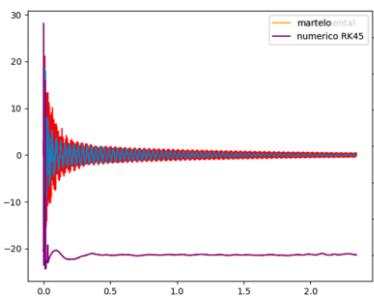


Figura 9. Simulação da placa de aço engastada livre

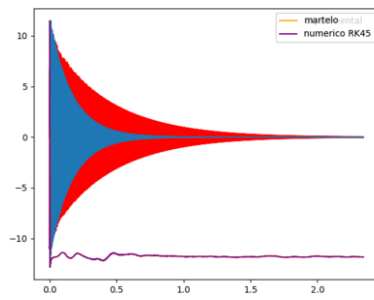


Figura 10. Simulação da placa de aço bi-engastada

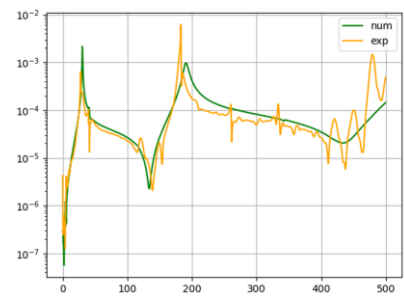


Figura 11. Correlação entre funções de resposta em frequência

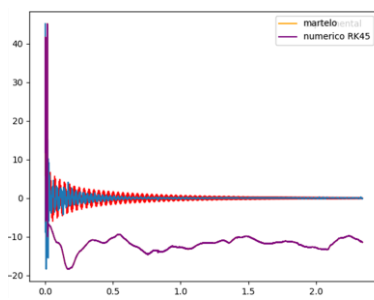


Figura 12. Simulação da placa de alumínio engastada livre

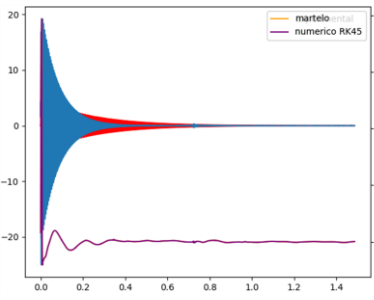


Figura 13. Simulação da placa de alumínio bi-engastada

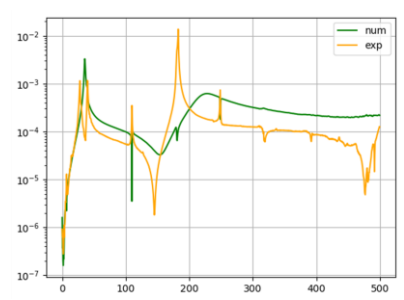


Figura 14. Correlação entre funções de resposta em frequência

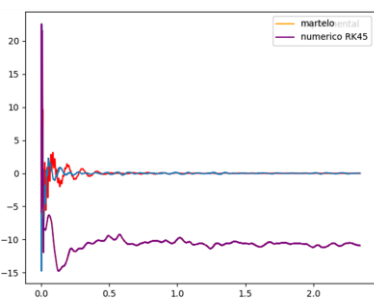


Figura 15. Simulação da placa de acrílico engastada livre

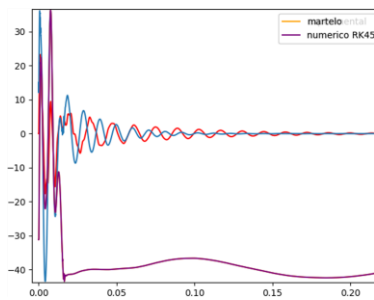


Figura 16. Simulação da placa de acrílico bi-engastada

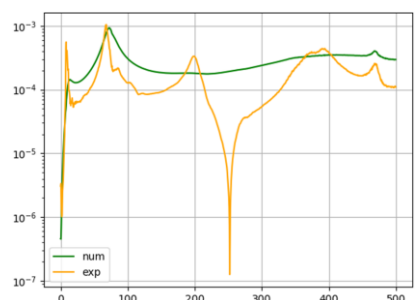


Figura 17. Correlação entre funções de resposta em frequência

Para as duas primeiras colunas de imagens acima, a cor vermelha indica os resultados obtidos experimentalmente, a azul simboliza a simulação numérica e a rosa corresponde a resposta do impacto produzido pelo martelo. Enquanto que na terceira coluna a cor laranja configura a resposta em frequência experimental e a verde a numérica.

Os gráficos apresentados foram obtidos a partir de simulações do comportamento vibracional de placas de alumínio, acrílico e aço, utilizando um código em Python. O código escrito contém os métodos numéricos Runge-Kutta e BDF implementados, ambos foram testados para as configurações experimentais engastada livre e bi-engastada e os resultados adquiridos estão expostos nas figuras de 9 a 17.

Nota-se que as análises vibracionais das placas de acrílico são compostas por uma multiplicação de duas funções senoidais, isso ocorreu porque o engaste exercido na placa desse material não foi perfeito e pelo erro de centralização do acelerômetro na placa, dessa forma captando não apenas a flexão, mas também a torção.

4. CONCLUSÃO

O desenvolvimento do projeto teve como objetivo fundamental a análise das características dinâmicas de diversos materiais. Com isso, a partir da elaboração de códigos fazer simulações de modelos semelhantes as práticas experimentais visando comparar os dados obtidos com as informações reunidas dos experimentos. Dessa forma, estudar a semelhança entre os comportamentos dinâmicos dos dois casos, representando uma análise inversa das características dinâmicas do elemento estrutural.

Ademais, concluiu-se que a utilização de métodos de solução por meio de derivadas para o modelo de placa contínua não é a mais indicada devido a lentidão de processamento, por isso, a implementação dos algoritmos de loop foi necessária e se mostrou eficiente na obtenção dos resultados.

Por fim, os gráficos encontrados demonstram a semelhança entre a simulação e os resultados dos experimentos. Logo, os propósitos para o tempo de pesquisa realizado foram cumpridos, pois foram realizados experimentos de vibrações, assim como algoritmos de passo no tempo e pós-processamento dos dados colhidos.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer à Associação Brasileira de Ciências Mecânicas (ABCM) pelo auxílio financeiro via bolsa de iniciação científica do programa PABIC.

6. REFERÊNCIAS

- Craig, R., Kurdila, A. and Craig, R. Fundamentals of structural dynamics. Hoboken, N.J.: John Wiley, 2006.
- Medeiros, R., Sartorato, S., Vandepitte, D., Tita, V. A comparative assessment of different frequency based damage detection in unidirectional composite plates using MFC sensors, *Journal of Sound and Vibration*, Volume 383, Pages 171-190, 2016.
- Pradhan S., Modak S.V., Damping Matrix Identification by Finite Element Model Updating Using Frequency Response Data. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 17 (1), art. no. 1750004, 2017.
- Raymer, D. *Aircraft Design: A Conceptual Approach*, Fourth Edition. 4th edition. s.l. : AIAA American Institute of Aeronautics & Ast, 2006.
- R.M. Lin, J. Zhu, Model updating of damped structures using FRF data, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 20, Issue 8, 2006.
- Shuai Cong, Sau-Lon James Hu, Hua-Jun Li, Inverse modeling of damping and soil–structure interface for monopiled offshore wind turbines, *Ocean Engineering*, Volume 216, 2020.
- Virtanen, P. et. al. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. *Nature Methods*, 17(3), 261-272, 2020.
- Xiao, X., Lai, J.H., Wang, C.D., Parameter estimation of the exponentially damped sinusoids signal using a specific neural network, *Neurocomputing*, Volume 143, Pages 331-338, 2014.
- Yılmaz, I., Arslan, E., Kızıldağ E.Ç., Çavdar, K. Development of a prediction method of Rayleigh damping coefficients for free layer damping coatings through machine learning algorithms, *International Journal of Mechanical Sciences*, Volume 166, 2020

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.