

VALIDAÇÃO NÚMERICA DO IMERSPEC APLICADO AO PROBLEMA DE ESCOAMENTO SOBRE CORPOS

Thiago Rogaleski Marques, thiagorogaleski@discente.ufg.br¹
Andreia Aoyagui Nascimento, aanascimento@ufg.br¹
Adailton Silva Borges, adailton@professores.utfpr.edu.br²

¹Universidade Federal de Goiás (UFG), Avenida Esperança s/n, Câmpus Samambaia, Goiânia – GO, 74690-900

²Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Av. Alberto Carazzai, 1640 – Vila Seugling, Cornélio Procopio – PR, 86300-000

Resumo. O presente trabalho se utiliza da Dinâmica dos Fluidos Computacional para realizar o escoamento sobre um par de cilindros espaçados e lado a lado. A metodologia matemática baseou-se na conservação da massa e nas equações de Navier-Stokes para um número de Reynolds igual a 100. Para realizar os cálculos foi utilizado o Método Pseudoespectral de Fourier (MPEF) com a Metodologia da Fronteira Imersa (MFI), implementado no software IMERSPEC. Levando em consideração o número de pontos na malha do domínio que ocorre o escoamento, usou-se três configurações de pontos, 256x128, 512x256 e 1024x512, analisando os parâmetros, como coeficiente, de arrasto, de sustentação, e também o padrão do escoamento em si, foi possível determinar qual número de ponto apresenta menor erro, se comparado a referência.

Palavras chave: Dinâmica dos Fluidos Computacional. MPEF. Arrasto. Sustentação. IMERSPEC.

Abstract. The present work uses Computational Fluid Dynamics to perform the flow over a pair of spaced and side-by-side cylinders. The mathematical methodology was based on the conservation of mass and on the Navier-Stokes equations for a Reynolds number equal to 100. The Pseudospectral Fourier Method (PFM) with the Immersed Boundary Methodology (IBM) was used to perform the calculations, implemented in IMERSPEC software. Taking into account the number of points in the mesh of the domain where the flow occurs, three configurations of points were used, 256x128, 512x256 and 1024x512, analyzing the parameters, such as coefficient of drag, lift, and also the pattern of the flow itself, it was possible to determine which point number has the lowest error, if compared to the reference.

Keywords: Computational Fluid Dynamics, Pseudospectral Fourier Method, Drag, Lift, IMERSPEC.

1. INTRODUÇÃO

Um estudo de escoamento sobre corpos é de grande importância para engenharia, para entender os detalhes de uma interação fluido sobre uma estrutura. Uma das formas básicas para esse estudo é o cilindro de seção circular, pois em várias estruturas físicas há elementos nesse formato, como cabos, tubos, torres eólicas, chaminés, etc.

Para esse tipo de estudo é usada a Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics - CFD*), a qual permite usar o processamento computacional para fazer uma investigação numérica, a partir da solução de Navier-Stokes. Com isso, é possível modelar a física do problema e analisar a incidência das forças do escoamento sobre a fronteira imersa, compreendendo os fenômenos físicos sobre o modelo de corpo usado.

Nos trabalhos de Mariano (2011) e Nascimento (2016), os autores usaram o Método Pseudoespectral de Fourier (MPEF) acoplado a Metodologia da Fronteira Imersa (MFI), *direct-forcing*, para solução de problemas fluido-estrutura. Mariano (2011) aplicou a metodologia para modelagem da queda de um corpo rígido e Nascimento (2016) na modelagem na movimentação de um corpo rígido (2-way), mostrando, em ambos, o potencial do MPEF para essa aplicação.

Ding, *et al.*, 2006, utilizou do método de diferenças finitas com base em mínimos quadrados, para realizar a simulação do escoamento sobre um par de cilindros, dispostos lado a lado, e em linha, com diferentes distâncias entre eles, utilizando o Número de Reynolds igual a 100 e 200, ele coletou dados como, a esteira de escoamento, linhas de corrente, número de Strouhal e os coeficientes de arrasto e sustentação.

Estudando a forças induzidas pelo escoamento sobre o corpo próximos, Lee, *et al.*, 2009, notou que para uma distância pequena entre os dois corpos, os resultados temporais coletados, para o coeficiente de arrasto e de sustentação, são irregulares, enquanto para uma distância ainda menor, os corpos são fisicamente combinados, e apresentam resultados regulares.

O presente trabalho utilizado do MPEF acoplado à metodologia da fronteira imersa para estudar o escoamento sobre um par de cilindros espaçados, alterando o refinamento da sua malha para obter qual resultado contem maior precisão, analisando os resultados obtidos sobre a esteira de vórtices e coeficientes de arrasto e de sustentação. Para esse desenvolvimento foi usado o código manipulável, validado e verificado, IMERSPEC2D.

2. METODOLOGIA

A metodologia matemática empregada no presente trabalho usa a equação da conservação da massa, Eq. (1), e as equações de Navier-Stokes, Eq. (2) e Eq. (3), para um fluido newtoniano, isotérmico, com propriedades constantes, onde ρ é a massa específica, μ é a viscosidade, p é a variável de pressão, u é a velocidade na direção horizontal, v é a velocidade na direção vertical, t é a variável tempo, e f é o termo fonte da equação.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f_x = \rho \frac{du}{dt} \quad (2)$$

$$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + f_y = \rho \frac{dv}{dt} \quad (3)$$

O método numérico utilizado no desenvolvimento do presente trabalho, necessita de dois domínios: físico e espectral. Isto porque a metodologia IMERSEPEC realiza a transformada de Fourier, para todos os termos das equações de Navier-Stokes, Eq.4, esta metodologia está bem detalhada nos trabalhos de Nascimento (2020) e Mariano (2011).

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} v k^2 \right] \hat{u}_i(\vec{k}, t) = \Phi_{im} \left[\hat{f}_m(\vec{k}, t) - ik_j \int_{\vec{k}=\vec{r}+\vec{s}} \hat{u}_m(\vec{k}, t) \hat{u}_i(\vec{k} - \vec{r}, t) d\vec{r} \right] \quad (4)$$

Sendo, \vec{k} o número de onda, \vec{u} é a velocidade transformada, \vec{r} e \vec{s} representam matematicamente a relação entre os vetores número de onda dos termos temporais, advectivos e convectivos; e Φ_{im} representa um tensor projeção, responsável por projetar os vetores sobre o plano de convergência nula, denominado de plano π . Este plano é definido pelos vetores da equação de conservação da massa transformado (MARIANO, 2011 apud SILVEIRA-NETO, 2002, p. 46). Na Eq. 4, nota-se que a pressão foi desacoplada da equação, isso corre devido a projeção de cada termo da Eq. 2 e Eq. 3 no plano π (BRIGGS et al., 1995).

O avanço temporal, Eq. (5), depende da condição de *Courant-Friedrichs-Lewis* (CFL), onde é um número entre 0 e 1, dependendo do seu esquema de integração e do escoamento simulado.

$$\Delta t = CFL * \min \left[\min \left[\frac{\Delta x}{\max [|u|]}; \frac{\Delta x}{\max [|v|]} \right]; \frac{2}{v} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) \right] \quad (5)$$

O domínio físico, domínio euleriano, se caracteriza por três zonas: a zona de Buffer, que impede a condição periódica do MPEF, a zona de força, onde é imposto a condição inicial para cada passo de tempo, e o domínio útil, onde ocorre o problema físico, figura 1. O escoamento foi induzido sobre o par de cilindros, domínio lagrangeano, para três malhas de refinamento diferentes, Fig.2, e os parâmetros usados para o escoamento estão determinados na Tabela 1.

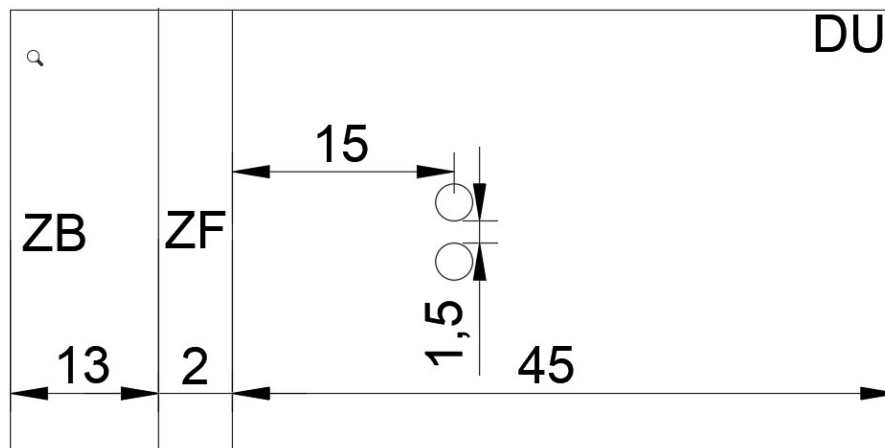


Figura 1. Divisão do domínio

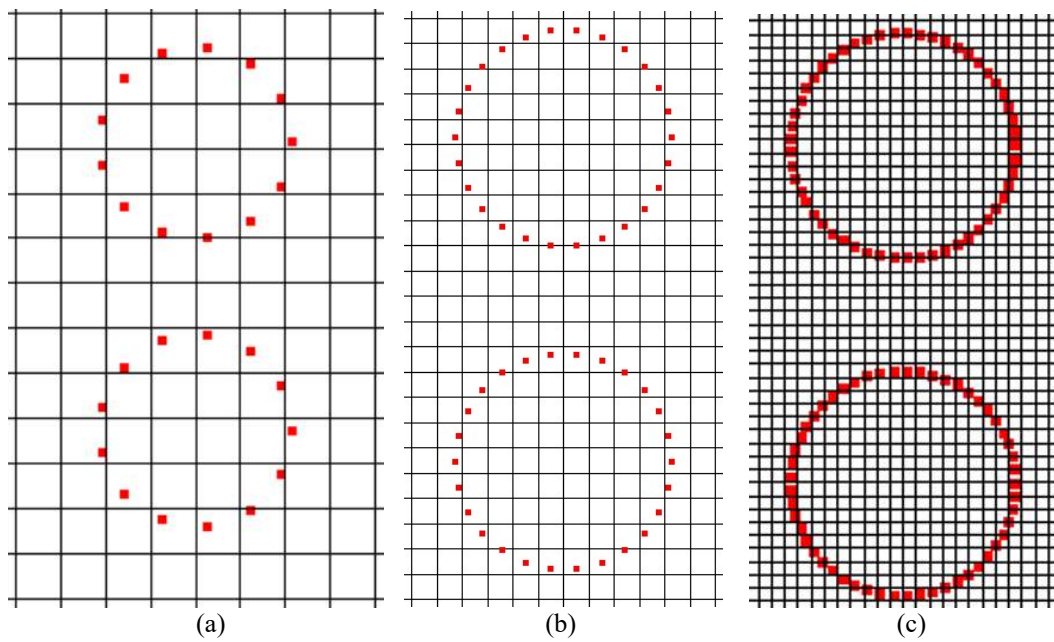


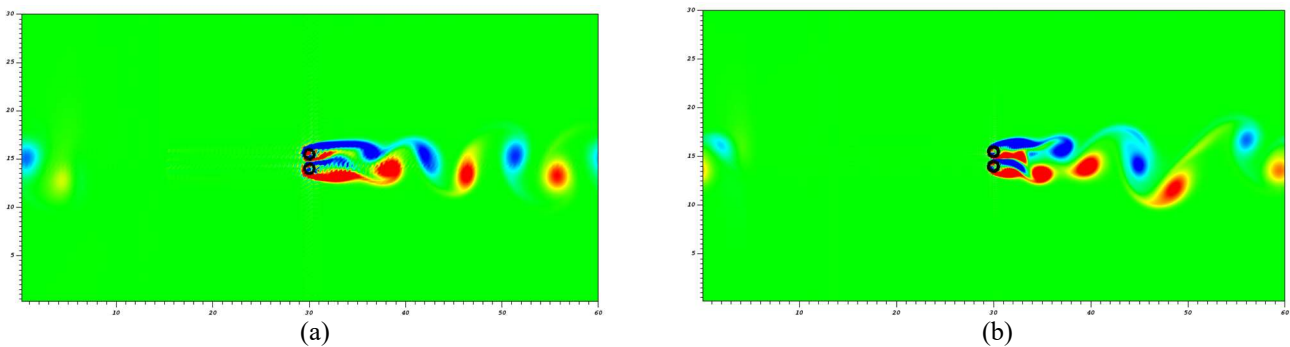
Figura 2. Número de pontos entre os cilindros, sendo a malha (a) 256x128, (b) 512x256 e (c) 1024x512

Tabela 1. Parâmetros gerais do escoamento

Diâmetro dos Cilindros (D)	0,0016 [m]
Número de pontos do domínio (x por y)	256x128
	512x256
	1024x512
Número de Reynolds (Re)	100
Número de Courant-Friedricks-Lewis (CFL)	0,1
Tempo Final	40 [s]
Massa específica (ρ)	0,001 [Kg*m ⁻³]
Velocidade Máxima	1 [m/s]
Distância entre os cilindros	1,5D

3. RESULTADOS

Em relação ao escoamento a Figura 3 mostra a esteira de vórtices para as três malhas de refinamento usadas. Na Fig.3(a) é possível observar a existência de um ruído entre os cilindros, o que foi resolvido com o refinamento do domínio, Fig.3 (b) e Fig. 3(c). Ainda observando a mesma figura, é possível observar que a esteira de vórtices a jusante dos cilindros.



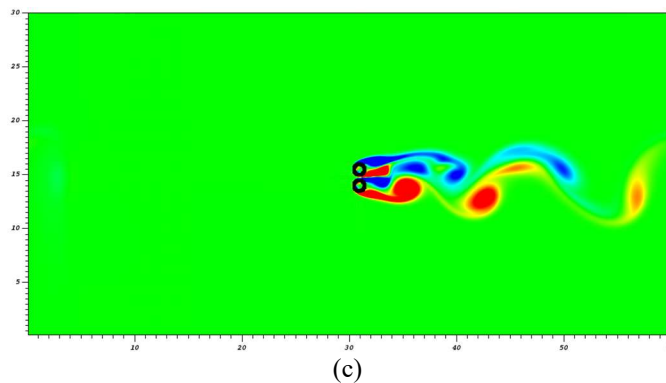


Figura 3. Escoamento sobre os cilindros para as malhas (a) 256x128, (b) 512x256 e (c) 1024x512

Na Tabela 2 está apresentado o coeficiente de arrasto e de sustentação para os dois cilindros.

Tabela 2. Comparação dos parâmetros para as diferentes malhas de refinamento

Parâmetros		Coeficiente de arrasto (CD)	Coeficiente de sustentação (CL)	Número de Strouhal
Resultados				
256x128	Cilindro superior	1,56	-0,88	4,0E-5
	Cilindro inferior	1,66	0,88	4,0E-5
512x256	Cilindro superior	1,56	-0,53	7,0E-5
	Cilindro inferior	1,58	0,53	7,0E-5
1024x512	Cilindro superior	1,53	-0,48	6,0E-4
	Cilindro inferior	1,53	0,48	6,0E-4

Tabela 3. Parâmetros encontrados por Ding, *et al.* 2006

Parâmetros	Coeficiente de arrasto (CD)	Coeficiente de sustentação (CL)
Cilindro superior	1,53	-0,46
Cilindro inferior	1,51	0,47

Observando as Tabelas 2 e 3 observa-se que para malha 256x128, a qual há apenas 1 ponto do domínio euleriano entre as geometrias, os resultados não se aproximaram da referência, ao elevar a quantidade de pontos, 512x256 e 1024x512, consequentemente eleva-se a quantidade de pontos euleriano entre as geometrias para 4 pontos e 8 pontos respectivamente, os resultados se aproximaram dos resultados da referência. Isso é justificado pelas funções interpolação e distribuição da fronteira imersa ser de 3ª ordem (Função Cúbica).

Outro importante fato na Fig. 3 (a), houve uma padronização na liberação de vórtices, isso devido ao menor número de pontos no domínio. Já para as outras malhas Figura 3 (b) e (c), houve uma liberação como encontrado nas referências utilizadas, figura 4.

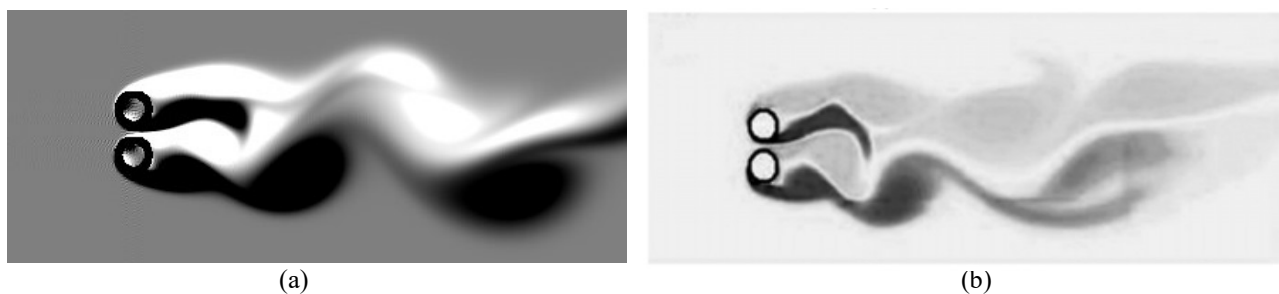


Figura 4 – Esteira de vórtices (a) autor e (b) Sarvghad-Moghaddam *et al.* 2011

O número do coeficiente de sustentação negativo se dá pela tendência do cilindro superior se aproximar do inferior. Enquanto o número de Strouhal, que indica a frequência de liberação de vórtices aumentou com o aumento do refinamento da malha.

4. CONCLUSÃO

Portanto, no presente trabalho pode-se concluir que a Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC) é uma forte ferramenta computacional para encontrar soluções numéricas para o escoamento.

Para a distância de 1,5D entre cilindros foi observado que não há uma liberação estável de vórtices, não sendo possível caracterizar, o par sendo fisicamente único, assim os coeficientes apresentam valores muito irregulares, por todo o tempo de escoamento.

Além disso, todos os parâmetros analisados tiveram uma diminuição aparente levando em consideração o refinamento da malha. Com isso, é mostrado a importância do número de pontos na malha para reduzir o número de erros, havendo diferenças visuais notáveis no escoamento decorrente do número muito pequeno de pontos para o MPEF com MFI, que usa de interpolação e distribuição entre as malhas euleriana e langrangeana.

Ademais, conclui-se que apesar do método pseudoespectral de Fourier ter elevada ordem de convergência numérica, a quantidade de pontos entre as geometrias lagrangeanas são importantes para auxiliar na análise qualitativa dos campos de velocidade, e evitar valores inconsistentes oriundos de interpolação e distribuição da fronteira imersa.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Universidade Federal de Goiás, Pró-Reitoria de Pesquisa e Inovação (PRPI) e a FURNAS Centrais Elétricas e ao “Programa de Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico” (P&D) da ANEEL pelo apoio financeiro.

6. REFERÊNCIAS

- BRIGGS W. L. AND HENSON, V., 1995. “The DFT: an owner’s manual for the discrete Fourier transform”. Philadelphia-USA: Society for industrial and Applied Mathematics.
- DING, H. et al., 2006. “Numerical simulation of flows around two circular cylinders by mesh-free least square-base finite difference methos”. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, John Wiley and Sons,Ltd., v. 53, n. 1, p. 305–332
- LEE, K., YANG, K., YOON, D., 2009. “Flow-induced forces on two circular cylinders in proximity”. *Computers & fluids*, v. 38, n. 1, p. 111-120.
- MARIANO, F., 2011. *Soluções Numéricas de Navier-Stokes Utilizando uma Híbridação das Metodologias Fronteira Imersa e Pseudospectral de Fourier*. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica - FEMEC, Uberlândia, MG, Brazil.
- NASCIMENTO, A. A., 2016. *Métodos Pseudoespectral De Fourier e Fronteira Imersa Aplicados a Escoamentos Simplificados De Engenharia De Perfuração*. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica - FEMEC, Uberlândia, MG, Brazil.
- NASCIMENTO, A.A., MARIANO, F.P., PADILLA, E.L.M. et al. *Comparison of the convergence rates between Fourier pseudo-spectral and finite volume method using Taylor-Green vortex problem*. *J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.* 42, 491 (2020). <https://doi.org/10.1007/s40430-020-02570-5>
- SARVGHAD-MOGHADDAM, H., NOOREDIN, N., GHADIRI-DEHKORDI, B., 2011. “Numerical simulation of flow over two side-by-side circular cylinders”. *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, v. 23, n. 6, p. 792-805.

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.