

## ANÁLISE NUMÉRICA DO COEFICIENTE DE ARRASTO DE UMA GOTA DE ÁGUA REPRESENTADA POR UM MODELO GEOMÉTRICO

Michel Antônio da Silva, ✉ [michel\\_rp\\_15@hotmail.com](mailto:michel_rp_15@hotmail.com)<sup>1</sup>

Pedro Leineker Ochowski Machado, ✉ [pedmac@alunos.utfpr.edu.br](mailto:pedmac@alunos.utfpr.edu.br)<sup>1</sup>

Luiz Eduardo Muzzo, ✉ [luizeduardomuzzo@gmail.com](mailto:luizeduardomuzzo@gmail.com)<sup>1</sup>

Luiz Eduardo Melo Lima, ✉ [lelima@utfpr.edu.br](mailto:lelima@utfpr.edu.br)<sup>1</sup>

 <sup>1</sup>Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná — Câmpus Ponta Grossa, R. Doutor Washington Subtil Chueire, 330, Jardim Carvalho, 84017-220, Ponta Grossa, PR, Brasil

**Resumo.** A forma de uma partícula em um meio contínuo tem grande influência na determinação de importantes parâmetros, como a velocidade terminal e o coeficiente de arrasto. Estes parâmetros são de grande interesse em muitas aplicações práticas, como suspensões em dutos, leitos fluidizados, colunas de bolhas e inúmeros outros sistemas. No presente trabalho, foi proposto um modelo geométrico baseado na combinação de cones e revoluções de arcos de catenárias, para representação de gotas de água em queda livre. O objetivo deste trabalho é realizar uma análise numérica para determinação dos desvios do modelo proposto em relação à geometria esférica, considerando diferentes diâmetros de gota. Os valores do coeficiente de arrasto para cada uma dessas gotas foram calculados e comparados contra dados experimentais para gotas esféricas obtidos da literatura. Os resultados obtidos nesta análise indicam uma significativa dependência do coeficiente de arrasto com o ângulo de abertura do cone, usado para formar a representação geométrica das gotas, assim como com o diâmetro de gota. Esta análise confirma que uma geometria esférica é uma representação mais simples e fisicamente mais realista.

**Palavras chave:** Gota de água. Velocidade terminal. Força de arrasto.

**Abstract.** The shape of a particle in a continuous medium has a great influence on the determination of important parameters, such as the terminal velocity and the drag coefficient. These parameters are of great interest in many practical applications, such as duct suspensions, fluidized beds, bubble columns, and numerous other systems. In the present work, a geometric model was proposed based on the combination of cones and revolutions of catenary arcs to represent water droplets in free fall. The aim of this work is to perform a numerical analysis to determine the deviations from the proposed model in relation to the spherical geometry, considering different droplet diameters. The drag coefficient values for each of these droplets were calculated and compared against experimental data for spherical droplets obtained from the literature. The results obtained in this analysis indicate a significant dependence on the drag coefficient with the cone opening angle, used to form the geometric representation of the droplets, as well as with the droplet diameter. This analysis confirms that a spherical geometry is a more simple and physically more realistic representation.

**Keywords:** Water Droplet, Terminal velocity, Drag force.

### 1. INTRODUÇÃO

Em simulações de transferência de calor em dissipadores de componentes eletrônicos, é possível observar que a geometria dos elementos, independentemente dos tamanhos, interfere diretamente na interação dos mesmos com o meio no qual estão inseridos (Limbasiya *et al.*, 2017). Por outro lado, desafios científicos e tecnológicos surgem ao tentar representar matematicamente formas geométricas presentes na natureza (Yarahmadi *et al.*, 2015). Para fluidos, estes desafios tornam-se ainda mais complexos quando tenta-se realizar a modelagem da geometria de massas deformáveis ao invés da descrição de corpos rígidos. Por exemplo, a geometria de uma gota suspensa em um outro fluido depende da interação entre diversos parâmetros: velocidade do escoamento, dimensão característica da gota, propriedades dos fluidos, entre outros. Deste modo, a geometria de uma gota pode passar por diferentes fases de deformação, por exemplo, gotas escoando por canais de expansão (Kadivar & Farrokhbin, 2017).

A forma de uma partícula presente em um meio contínuo exerce grande influência na determinação de importantes parâmetros relacionados com a dinâmica de um escoamento, como a velocidade terminal e o coeficiente de arrasto.

Estes parâmetros são de grande interesse em muitas aplicações práticas de engenharia, como suspensões em dutos, leitos fluidizados, colunas de bolhas e inúmeros outros sistemas (Machado *et al.*, 2019). Neste contexto, a velocidade terminal de partículas é um parâmetro que tem sido bastante estudado ao longo dos anos.

Lenard (1904) mediu a velocidade terminal de gotas da ordem de 1 mg a 130 mg, em uma suspensão provocada por uma rajada de ar proveniente de um soprador. A velocidade da rajada de ar foi medida junto com o tamanho da marca da queda da gota sobre um papel absorvente contendo um corante. Schmidt (1909) analisou gotas da ordem de 35 mg a 40 mg e também empregou a técnica do papel absorvente com corante para determinar a massa das gotas em queda, mas utilizando um mecanismo obturador para variar a velocidade do ar. Laws (1941) realizou uma investigação dos trabalhos anteriores empregando métodos estroboscópicos para gotas de 1 mg a 125 mg. Devido a falta de precisão para determinação das massas e dos raios das gotas nesses estudos, Gunn & Kinzer (1949) determinaram experimentalmente as velocidades terminais de queda de mais de 1500 gotas com massa variando de 0,2 mg a 100 mg, englobando gotas tão pequenas que obedecem a lei de Stokes e gotas tão grandes que são mecanicamente estáveis. Para as medições, eles utilizaram novas técnicas eletrônicas em um aparato para produção de gotas de água eletricamente carregadas, com uma taxa controlável. As medidas realizadas por eles apresentaram um desvio na velocidade terminal menor que 0,7%.

Blanchard (1950) investigou o comportamento de gotas de água em uma suspensão provocada por uma corrente de ar, empregando um túnel de vento e fotografias estroboscópicas, que mostraram deformações periódicas extremas em gotas com mais de 5 mm de diâmetro. Ele analisou o efeito de coalescência das gotas, bem como os limites de deformação e de colisões entre as gotas observadas. Wallis (1974) apresentou correlações gerais para o cálculo da velocidade terminal de queda de partículas devido à força gravitacional em um meio contínuo. Seus resultados mostraram regiões de influência para as correlações, governadas pelos números de Bond e de Weber. Entretanto, as expressões desenvolvidas por ele servem para fornecer limites inferiores e superiores de possíveis valores de velocidade terminal. Wang & Pruppacher (1977) desenvolveram um método teórico para o cálculo da aceleração até a velocidade terminal de uma gota de chuva em vários níveis da atmosfera. Para gotas de 800  $\mu\text{m}$  a 3500  $\mu\text{m}$  de diâmetro, seus resultados apresentaram uma boa concordância em relação aos dados experimentais utilizados. Resultados semelhantes foram obtidos para gotas de 20  $\mu\text{m}$  a 80  $\mu\text{m}$  de diâmetro. A teoria e os experimentos indicam que gotas com diâmetros maiores que 1000  $\mu\text{m}$  precisam de distâncias de no mínimo 12 m para acelerar até a velocidade terminal, em ar a 1 bar de pressão e 20 °C de temperatura.

Warnica *et al.* (1995a) mediram experimentalmente a velocidade de queda de gotas esféricas de líquido em um meio gasoso em repouso, para calcular coeficientes de arrasto por meio da conservação de energia mecânica, aplicada sobre uma parcela da trajetória da gota. A velocidade da gota foi medida em diferentes elevações usando velocimetria de laser Doppler (LDV, do inglês *Laser-Doppler Velocimetry*), para valores de número de Reynolds da partícula de 20 a 120. Os resultados medidos por eles apresentaram um desvio de 6% em torno da curva de arrasto, considerando as incertezas experimentais em torno de 8% (erros sistemáticos e de calibração). Eles concluíram que a metodologia experimental adotada foi validada por meio dessas medições, de modo que pode ser aplicada para medições em meios turbulentos. Na sequência, Warnica *et al.* (1995b) realizaram medições de velocidade de queda de gotas de líquido, mas agora considerando um meio gasoso turbulento, num aparato experimental composto de um túnel de vento e um gerador piezoelétrico de gotas, para valores de número de Reynolds da partícula de 10 a 100. A turbulência foi caracterizada usando anemometria de fio quente antes da injeção de gotas. A partir dos resultados experimentais, eles demonstraram que o arrasto em meios turbulentos não é significativamente diferente do caso de esferas sólidas num meio em repouso para um mesmo número de Reynolds. Apesar dos seus resultados serem bastante significativos, eles recomendam modificações no procedimento com a finalidade de reduzir os erros sistemáticos e de calibração.

A fim de aumentar a compreensão a respeito do fenômeno de sedimentação de gotas, Bertakis *et al.* (2010) apresentaram simulações tridimensionais utilizando dinâmica dos fluidos computacional para gotas de n-butanol em água. Com o objetivo de propor um modelo computacional robusto que pudesse ser aperfeiçoado para analisar fenômenos mais complexos, como a transferência de massa e a influência de surfactantes. Eles analisaram a influência da resolução da malha e das paredes do domínio computacional, bem como da velocidade inicial de queda das gotas. Os resultados obtidos foram comparados com dados experimentais e modelos empíricos da literatura para forma da gota, comportamento das oscilações e velocidade terminal. Uma extensão do método de elementos finitos foi empregada para fornecer resultados mais semelhantes aos da literatura. Eiswirth *et al.* (2011) também analisaram computacionalmente o comportamento de gotas em queda, mas considerando gotas de tolueno líquido e, adicionalmente, também realizaram experimentos em pequena escala para comparação entre as duas abordagens utilizando uma nova técnica desenvolvida. As simulações computacionais foram realizadas com o programa COMSOL Multiphysics®. Os resultados para a velocidade terminal de queda e para a forma da gota apresentaram uma satisfatória concordância entre as abordagens numérica e experimental utilizadas.

Corpos com movimento relativo imersos em fluidos viscosos são sempre influenciados por forças resultantes deste movimento (Fox *et al.*, 2010). Entre os diversos tipos de movimento, a queda (que não é propriamente livre) de uma partícula fluida apresenta características interessantes. Contudo, devido à complexidade e à quantidade de fenômenos envolvidos, surgem dificuldades ao se tentar equacionar a forma de uma partícula fluida; sendo assim, a forma esférica é frequentemente adotada. Portanto, este trabalho tem por objetivo analisar os desvios para um modelo geométrico de uma gota de água constituído a partir de duas formas conhecidas: cone e revolução de arco de catenária.

## 2. METODOLOGIA

Esta seção apresenta o modelo geométrico de gota, o balanço de forças atuando na gota e a determinação dos desvios dos valores de coeficiente de arrasto calculados a partir do modelo proposto.

### 2.1 Modelo geométrico de gota

No presente trabalho, gotas com diferentes diâmetros ( $d$ ) são modeladas geometricamente utilizando cones e revoluções de arcos de catenárias, como mostrado na Fig. 1, sendo que  $a$  ( $\equiv d/2$ ) representa o raio da gota e  $\alpha$  é o ângulo de abertura do cone. O perfil de arco de catenária, mostrado na Fig. 1, é descrito pela relação funcional  $y = f(x) = a \cosh(x/a)$  e delimitado pelo intervalo  $x_{\min} = -a$  e  $x_{\max} = a$ .

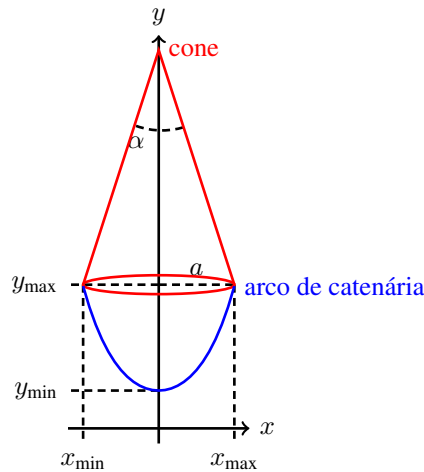


Figura 1. Representação do modelo geométrico de gota proposto neste trabalho

O volume de cada cone ( $\bar{U}_{\text{cone}}$ ) é calculado em função de  $d$  e  $\alpha$ , como indicado pela Eq. (1):

$$\bar{U}_{\text{cone}} = \frac{\pi d^3}{24 \operatorname{tg}(\alpha/2)} \quad (1)$$

O volume formado por cada revolução de arco de catenária ( $\bar{U}_{\text{cat}}$ ) é calculado a partir da integração da inversa da relação funcional que descreve o perfil, ou seja,  $x = f(y) = a \operatorname{arccosh}(y/a)$ , conforme a Eq. (2):

$$\bar{U}_{\text{cat}} = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \pi [f(y)]^2 dy \equiv \int_a^{a \cosh 1} \pi [a \operatorname{arccosh}(y/a)]^2 dy = \frac{\pi a^3 (e^2 - 4e + 5)}{2e} \equiv \frac{\pi d^3 (e^2 - 4e + 5)}{16e} \quad (2)$$

Portanto, o volume do objeto gota ( $\bar{U}_o$ ) corresponde a soma entre o volume do cone, Eq. (1), e o volume formado pela revolução de arco de catenária, Eq. (2), como representado pela Eq. (3):

$$\bar{U}_o = \frac{\pi d^3}{24 \operatorname{tg}(\alpha/2)} + \frac{\pi d^3 (e^2 - 4e + 5)}{16e} \equiv \frac{\pi d^3}{6} \left( \frac{1}{4 \operatorname{tg}(\alpha/2)} + \frac{3(e^2 - 4e + 5)}{8e} \right) = \bar{U}_{\text{esf}} f(\alpha) \quad (3)$$

Sendo  $\bar{U}_{\text{esf}} (= \pi d^3/6)$  o volume de uma esfera e  $f(\alpha)$  é um fator dependente do ângulo de abertura do cone  $\alpha$ , definido pela Eq. (4):

$$f(\alpha) = \frac{1}{4 \operatorname{tg}(\alpha/2)} + \frac{3(e^2 - 4e + 5)}{8e} \quad (4)$$

### 2.2 Balanço de forças em equilíbrio atuando em uma gota

Considera-se um objeto de massa  $m_o$ , de área frontal ao escoamento  $A_o$  e inicialmente parado,  $V_i = 0$  m/s, que começa a cair através de um fluido de massa específica  $\rho_f$  e de viscosidade dinâmica  $\mu_f$ , aproximadamente constantes. O movimento inicia-se pela ação da força gravitacional, tal que existe uma determinada altura de queda na qual o somatório de forças atuando sobre o corpo tornam-se nulas. Neste instante, diz-se que o corpo atingiu sua velocidade terminal  $V_t$ . A Figura 2 mostra o diagrama de forças nesta situação de equilíbrio. O posicionamento das forças e o tamanho de seus vetores são meramente ilustrativos, ou seja, não há consideração de momento causado pelas forças e a força de empuxo,  $F_e$ , não é necessariamente igual à de arrasto,  $F_a$ . Além disto,  $F_p$  indica a força peso do objeto e  $g$  corresponde à aceleração gravitacional, cujo valor adotado é de 9,81 m/s<sup>2</sup>.

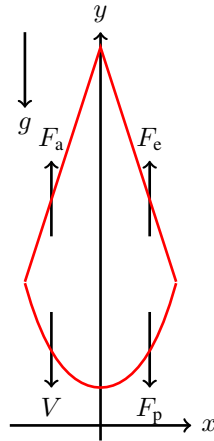


Figura 2. Balanço de forças em equilíbrio atuando em uma gota

De acordo com a Fig. 2, o balanço de forças em equilíbrio na direção  $y$  atuando em uma gota é definido pela Eq. (5):

$$\sum F_y = F_a + F_e - F_p = 0 \quad (5)$$

As forças de arrasto, de empuxo e peso atuando na condição de equilíbrio em uma gota são definidas pelas Eqs. (6), (7) e (8), respectivamente:

$$F_a = \frac{1}{2} C_a \rho_f A_o V_t^2 \equiv \frac{1}{2} C_a \rho_f \pi a^2 V_t^2 \equiv \frac{1}{8} C_a \rho_f \pi d^2 V_t^2 \quad (6)$$

$$F_e = \rho_f \mathcal{U}_f g \equiv \rho_f \mathcal{U}_o g \quad (7)$$

$$F_p = m_o g \equiv \rho_o \mathcal{U}_o g \quad (8)$$

Sendo  $C_a$  o coeficiente de arrasto, um parâmetro adimensional relacionado com a forma do objeto (Fox *et al.*, 2010), e  $\mathcal{U}_f$  o volume de fluido deslocado pela presença do objeto de volume  $\mathcal{U}_o$  (gota), ou seja,  $\mathcal{U}_f \equiv \mathcal{U}_o$ .

Substituindo as definições dadas pelas Eqs. (6), (7) e (8) na Eq. (5), após alguns rearranjos, tem-se uma expressão para determinação do valor do coeficiente de arrasto, conforme a Eq. (9):

$$C_a = \frac{8g^2 \mathcal{U}_o (\rho_o / \rho_f - 1)}{\pi d^2 V_t^2} \quad (9)$$

Outro parâmetro adimensional importante que influencia a força de arrasto exercida por um fluido sobre um objeto é o número de Reynolds (Re), cuja definição é dada pela Eq. (10):

$$\text{Re} = \frac{V_t d \rho_f}{\mu_f} \quad (10)$$

As propriedades físicas da água (gota) e do ar (meio contínuo) são definidas na condição de 1 atm de pressão e 20 °C de temperatura de acordo com a Tab. 1.

Tabela 1. Propriedades físicas da água e do ar na condição de 1 atm e 20 °C (Fox *et al.*, 2010)

Propriedade física	Unidade	Água (gota)	Ar (meio contínuo)
$\rho$	(kg/m <sup>3</sup> )	998	1,21
$\mu$	[kg/(m.s)]	1,01×10 <sup>-3</sup>	1,81×10 <sup>-5</sup>

### 2.3 Determinação dos desvios dos valores de coeficiente de arrasto

A análise da precisão do cálculo do coeficiente de arrasto,  $C_a$ , em função da geometria das gotas geradas pelo modelo proposto, baseia-se na determinação do desvio relativo,  $\epsilon_{rel}$ , entre os valores calculados pela abordagem adotada neste trabalho,  $C_a$ , e os obtidos por Gunn & Kinzer (1949),  $C_{a,GK}$ , a partir de dados experimentais considerando gotas esféricas. Para uma melhor comparação dos resultados é também utilizado o valor eficaz, também denominado de raiz do valor quadrático médio (RMS, do inglês *Root Mean Square*), dos desvios relativos,  $\epsilon_{rel}$ , para os  $N$  diâmetros de gotas analisados.

As definições de  $\epsilon_{rel}$  e RMS são dadas de acordo com as Eqs. (11) e (12), respectivamente:

$$\epsilon_{rel} = \frac{C_a - C_{a,GK}}{C_{a,GK}} \quad (11)$$

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum \epsilon_{rel}^2}{N}} \quad (12)$$

As Equações (3), (4), (9), (10), (11) e (12) foram implementadas e resolvidas em um código computacional escrito na linguagem do aplicativo MATLAB®, a fim de variar o diâmetro de gota  $d$  e o ângulo de abertura do cone  $\alpha$ .

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Esta seção apresenta a análise de resultados e a discussão para a influência do ângulo de abertura do cone e para a comparação dos resultados, considerando diversos diâmetros de gota.

#### 3.1 Influência do ângulo de abertura do cone

A Figura 3 mostra o comportamento ou perfil do valor eficaz, RMS, dos desvios relativos,  $\epsilon_{rel}$ , em comparação com os dados experimentais de Gunn & Kinzer (1949) para o coeficiente de arrasto,  $C_{a,GK}$ , e em função do ângulo de abertura do cone,  $\alpha$ . Cabe ressaltar que para  $\alpha < 25^\circ$  e  $\alpha > 55^\circ$  os desvios se tornam bastante significativos e, portanto, a análise nestes extremos não oferece informações relevantes para este estudo. Por outro lado, é possível observar que para um  $\alpha$  em torno de  $35^\circ$ , os desvios se tornam consideravelmente pequenos, algo em torno de 0,8%.

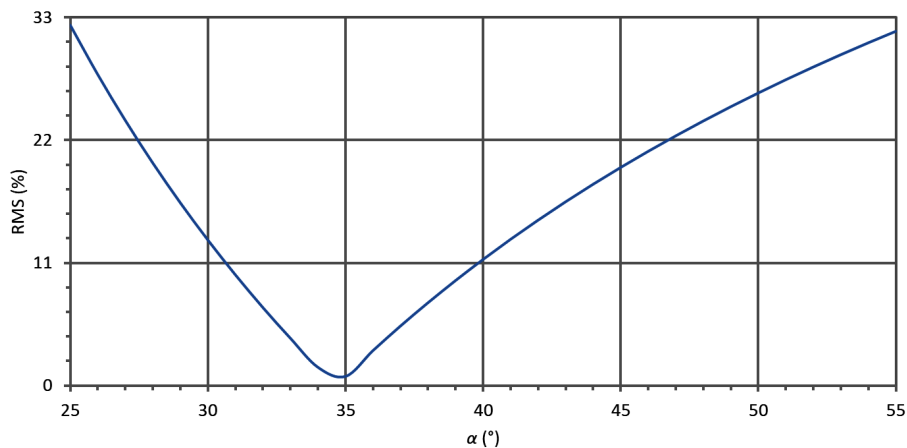


Figura 3. Comportamento do valor eficaz RMS em função do ângulo de abertura do cone  $\alpha$

Gunn & Kinzer (1949) determinaram os valores do coeficiente de arrasto,  $C_{a,GK}$ , considerando uma geometria esférica. A partir de uma análise das Eqs. (3) e (4), é possível demonstrar que um ângulo de abertura do cone  $\alpha = 35,08^\circ$  corresponde à um valor aproximadamente unitário do fator  $f(\alpha)$ , que por sua vez torna os volumes do modelo proposto e da geometria esférica aproximadamente iguais, ou seja,  $U_o \approx U_{esf}$ . Para ajudar a entender este efeito, a Fig. 4 mostra o comportamento ou perfil do fator  $f(\alpha)$  em função do ângulo de abertura do cone  $\alpha$ .

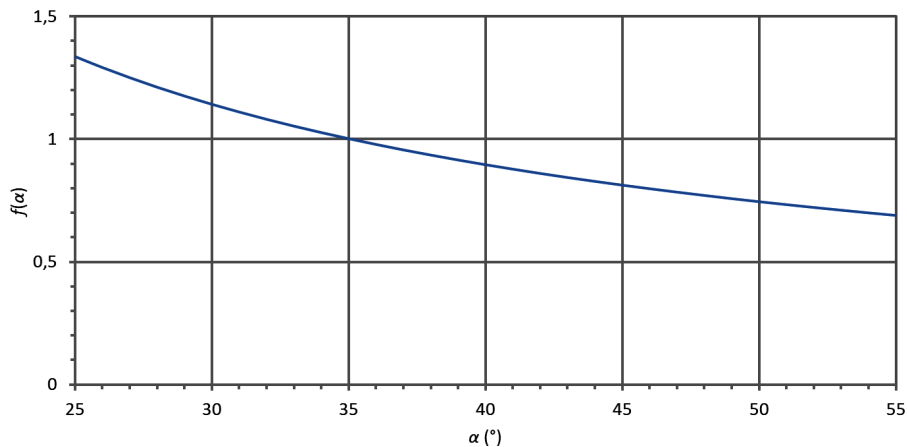


Figura 4. Comportamento do fator  $f(\alpha)$  em função do ângulo de abertura do cone  $\alpha$

### 3.2 Comparação dos resultados do coeficiente de arrasto

A Tabela 2 apresenta os dados referentes ao cálculo do coeficiente de arrasto,  $C_a$ , para 10 valores distintos de diâmetro de gota,  $d$ , e considerando  $\alpha = 35^\circ$ . Os dados tabelados correspondem aos valores de: diâmetro de gota  $d$  (Gunn & Kinzer, 1949); volumes  $\bar{U}$  para o modelo proposto, Eq (3), e para a geometria esférica; velocidade terminal  $V_t$  (Gunn & Kinzer, 1949); número de Reynolds  $Re$ , Eq. (10); coeficientes de arrasto  $C_a$  para o modelo proposto, Eq. (9), para a geometria esférica e obtidos experimentalmente por Gunn & Kinzer (1949), que consideraram uma geometria esférica; desvios relativos  $\epsilon_{rel}$ , Eq. (11), para o modelo proposto e para a geometria esférica, ambos em comparação com os valores de  $C_a$  de Gunn & Kinzer (1949).

Tabela 2. Resultados comparativos para os valores calculados do coeficiente de arrasto  $C_a$

Gota (#)	$d$ (mm)	$\bar{U}_o$ (mm <sup>3</sup> )	$\bar{U}_{esf}$ (mm <sup>3</sup> )	$V_t$ (m/s)	$Re$ (-)	$C_a$ (-)	$C_{a,esf}$ (-)	$C_{a,GK}$ (-)	$\epsilon_{rel}$ (%)	$\epsilon_{rel,esf}$ (%)
1	0,2	0,0042	0,0042	0,72	9,63	4,166	4,157	4,200	-0,82	-1,02
2	0,4	0,0336	0,0335	1,62	43,32	1,646	1,642	1,660	-0,86	-1,07
3	0,6	0,1133	0,1131	2,47	99,07	1,062	1,060	1,070	-0,76	-0,96
4	0,8	0,2686	0,2681	3,27	174,88	0,808	0,806	0,815	-0,88	-1,08
5	1	0,5247	0,5236	4,03	269,41	0,665	0,663	0,671	-0,92	-1,12
6	1,2	0,9066	0,9048	4,64	372,23	0,602	0,601	0,607	-0,86	-1,06
7	1,4	1,4397	1,4368	5,17	483,87	0,566	0,564	0,570	-0,78	-0,99
8	1,6	2,1490	2,1447	5,65	604,33	0,541	0,540	0,545	-0,70	-0,90
9	1,8	3,0598	3,0536	6,09	732,82	0,524	0,523	0,528	-0,75	-0,96
10	2	4,1973	4,1888	6,49	867,72	0,513	0,512	0,517	-0,84	-1,04

A partir dos resultados mostrados na Tab. 2, observa-se que tanto o modelo proposto quanto a geometria esférica obtiveram resultados bastante satisfatórios, com uma pequena diferença entre os valores de RMS para os dois casos, sendo de 0,82% para o modelo proposto e de 1,02% para a geometria esférica. Estes pequenos desvios podem estar associados às estimativas das propriedades do ar, que foram considerados constantes no presente estudo e podem não ter sido controladas com precisão no trabalho experimental de Gunn & Kinzer (1949). Na Figura 5, observa-se os valores de coeficiente de arrasto  $C_a$  calculados pelo modelo proposto (considerando  $\alpha = 35^\circ$ ), pela geometria esférica e obtidos dos dados experimentais de Gunn & Kinzer (1949) em função do número de Reynolds  $Re$ .

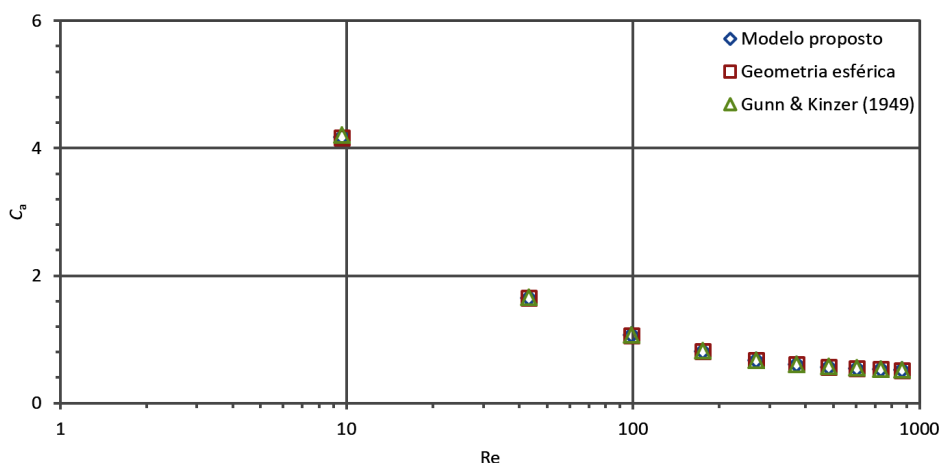


Figura 5. Valores do coeficiente de arrasto  $C_a$  em função do número de Reynolds  $Re$

## 4. CONCLUSÃO

No presente trabalho, foi realizada uma análise numérica do coeficiente de arrasto de gotas de água em queda livre no ar. Foi considerado um modelo geométrico constituído pela combinação de um cone e uma revolução de arco de catenária, que corresponde a uma forma aproximadamente igual à observada em gotas que ainda não estão em queda. Por outro lado, gotas em queda livre se deslocam com a aceleração da gravidade local. No sistema de referência de cada gota, é como se a gravidade fosse desprezada e a massa líquida é modelada quase que exclusivamente pela tensão superficial, assumindo então uma geometria aproximadamente esférica.

Os resultados obtidos nesta análise demonstraram uma dependência significativa do coeficiente de arrasto com o ângulo de abertura do cone, em comparação com os resultados para uma geometria esférica. Foi demonstrado que o ângulo de abertura do cone é o principal parâmetro responsável pelo desvio da forma esférica da gota utilizando o modelo proposto. Para  $35,08^\circ$  ocorre uma minimização dos valores dos desvios relativos para todos os diâmetros de gota analisados, pois os volumes do modelo proposto e da geometria esférica se tornam aproximadamente iguais neste caso, que resulta em uma razão entre a altura do cone e o raio da gota de aproximadamente 1,43.

Apesar do modelo proposto demonstrar uma satisfatória precisão em comparação com os resultados para a geometria esférica, esta precisão está limitada a um determinado ângulo de abertura do cone. A medida que afasta-se deste determinado ângulo de abertura do cone, os desvios se tornam cada vez mais significativos. Deste modo, o modelo proposto corresponde a uma situação particular que apresenta uma maior complexidade de modelagem e cálculo. Portanto, a modelagem de uma gota usando uma geometria esférica é mais simples e produz resultados mais fisicamente realistas.

## 5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade Tecnológica Federal do Paraná pelo apoio recebido para o desenvolvimento deste trabalho e para a participação neste evento.

## 6. REFERÊNCIAS

- Bertakis, E., Groß, S., Grande, J., Fortmeier, O., Reusken, A. & Pfennig, A., 2010. “Validated simulation of droplet sedimentation with finite-element and level-set methods”. *Chemical Engineering Science*, Vol. 65, No. 6, pp. 2037–2051. ISSN 0009-2509. DOI 10.1016/j.ces.2009.11.043. URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0009250909008446>.
- Blanchard, D.C., 1950. “The behavior of water drops at terminal velocity in air”. *Transactions, American Geophysical Union*, Vol. 31, No. 6, pp. 836–842. ISSN 0002-8606. DOI 10.1029/tr031i006p00836. URL <http://doi.wiley.com/10.1029/TR031i006p00836>.
- Eiswirth, R.T., Bart, H.J., Atmakidis, T. & Kenig, E.Y., 2011. “Experimental and numerical investigation of a free rising droplet”. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, Vol. 50, No. 7, pp. 718–727. ISSN 0255-2701. DOI 10.1016/j.cep.2011.04.008. URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0255270111001085>.
- Fox, R.W., Pritchard, P.J. & McDonald, A.T., 2010. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. LTC, Rio de Janeiro, 7th edition. ISBN 9788521617570.
- Gunn, R. & Kinzer, G.D., 1949. “The terminal velocity of fall for water droplets in stagnant air”. *Journal of Meteorology*, Vol. 6, No. 4, pp. 243–248. ISSN 0095-9634. DOI 10.1175/1520-0469(1949)006<0243:ttvoff>2.0.co;2. URL <https://journals.ametsoc.org/jas/article/6/4/243/37442/THE-TERMINAL-VELOCITY-OF-FALL-FOR-WATER-DROPLETS>.
- Kadivar, E. & Farrokhbin, M., 2017. “A numerical procedure for scaling droplet deformation in a microfluidic expansion channel”. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 479, pp. 449–459. ISSN 0378-4371. DOI 10.1016/j.physa.2017.03.026. URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378437117302789>.
- Laws, J.O., 1941. “Measurements of the fall-velocity of water -drops and raindrops”. *Transactions, American Geophysical Union*, Vol. 22, No. 3, pp. 709–721. ISSN 0002-8606. DOI 10.1029/tr022i003p00709. URL <http://doi.wiley.com/10.1029/TR022i003p00709>.
- Lenard, P., 1904. “Über sekundäre Kathodenstrahlung in gasförmigen und festen Körpern”. *Annalen der Physik*, Vol. 320, No. 13, pp. 485–508. ISSN 0003-3804, 1521-3889. DOI 10.1002/andp.19043201304. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/andp.19043201304>.
- Limnasiya, N., Roy, A. & Harichandan, A.B., 2017. “Numerical simulation of heat transfer for microelectronic heat sinks with different fin geometries in tandem and staggered arrangements”. *Thermal Science and Engineering Progress*, Vol. 4, pp. 11–17. ISSN 2451-9049. DOI 10.1016/j.tsep.2017.08.002. URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S245190491730063X>.
- Machado, V.O.O., Peres, P.E.M., Parise, M.R. & Behainne, J.J.R., 2019. “Influência do coeficiente de especularidade na simulação computacional do escoamento gás-sólido no ciclone de um leito fluidizado circulante”. *Revista Brasileira de Física Tecnológica Aplicada*, Vol. 6, No. 2, pp. 10316:1–10316:19. ISSN 2358-0089. DOI 10.3895/rbfta.v6n2.10316. URL <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbfta/article/view/10316>.
- Schmidt, W., 1909. “Eine unmittelbare bestimmung der fallgeschwindigkeit von regentropfen”. *Sitz. Akad. Wiss. Wien. Mathem.-naturw. Klasse*, Vol. 118, pp. 71–84.
- Wallis, G.B., 1974. “The terminal speed of single drops or bubbles in an infinite medium”. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 1, No. 4, pp. 491–511. ISSN 0301-9322. DOI 10.1016/0301-9322(74)90003-2. URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0301932274900032>.

- Wang, P.K. & Pruppacher, H.R., 1977. "Acceleration to terminal velocity of cloud and raindrops". *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 16, No. 3, pp. 275–280. ISSN 0021-8952. DOI 10.1175/1520-0450(1977)016<0275:attvoc>2.0.co;2. URL <https://journals.ametsoc.org/jamc/article/16/3/275/350059/Acceleration-to-Terminal-Velocity-of-Cloud-and>.
- Warnica, W.D., Renszibulut, M. & Strong, A.B., 1995a. "Drag coefficients of spherical liquid droplets Part 1: Quiescent gaseous fields". *Experiments in Fluids*, Vol. 18, No. 4, pp. 258–264. ISSN 0723-4864, 1432-1114. DOI 10.1007/bf00195096. URL <http://link.springer.com/10.1007/BF00195096>.
- Warnica, W.D., Renszibulut, M. & Strong, A.B., 1995b. "Drag coefficients of spherical liquid droplets Part 2: Turbulent gaseous fields". *Experiments in Fluids*, Vol. 18, No. 4, pp. 265–276. ISSN 0723-4864, 1432-1114. DOI 10.1007/bf00195097. URL <http://link.springer.com/10.1007/BF00195097>.
- Yarahmadi, R., Bagherpour, R., Khademian, A., Mirzaie, H. & Kakaie, R., 2015. "Developing a Matlab code for determine geometry of rock mass blocks and its applications in mining and rock mechanic engineering". *Journal of Mining and Metallurgy A: Mining*, Vol. 51, No. 1, pp. 41–49. ISSN 1450-5959. DOI 10.5937/jmma1501041y. URL <http://scindeks.ceon.rs/Article.aspx?artid=1450-59591501041Y>.

## 7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.