

OBTENÇÃO DA MASSA DE UM NEUTRALIZADOR VISCOELÁSTICO POR MEIO DA SUBSTRUTURAÇÃO

Alex Geraldo Rodrigues do Pilar, alex.pilar@ufpr.br

Carlos Alberto Bavastri, bavastri@ufpr.br

Thiago da Silva, silva.thiago2@ufpr.br

Universidade Federal do Paraná, Av. Cel. Francisco H. dos Santos, 100

Resumo. O presente artigo tem como objetivo desenvolver um modelo de elementos finitos de uma viga de alumínio engastada de forma a se efetuar a comparação em análise modal e harmônica entre um modelo substruturado e um não substruturado. Obtém-se resultados muito próximos quando se faz as análises modal e harmônica. Além disso, foi possível estimar um neutralizador através de seus parâmetros ótimos.

Palavras chave: Substruturação, Craig-Bampton, Análise Modal

Abstract. The aim of this article is to develop a finite element model of a of Aluminum one side fixed beam. This beam will be compared in two different analysis: one with substructuring and another without substructuring getting results in harmonic and modal analysis that are near in each mode. It allows to project a neutralizer with de optimal parameters.

Keywords: Substructuring, Craig-Bampton, Modal Analysis

1. INTRODUÇÃO

Ao se fazer uma análise em elementos finitos, muitas vezes é necessário que se diminua o processamento gasto para se fazer tal estudo. Isso se deve ao fato de que, com o avanço dos métodos numéricos, é possível se obter malhas mais precisas e resolver sistemas lineares cada vez maiores (Rixen, 2004). Projetos cada vez maiores e mais complexos serão simulados por softwares de forma a se prever resultados práticos, e que, dependendo da precisão, pode tornar o processo demorado.

Por meio da divisão do modelo em subpartes, torna-se viável a redução de parâmetros necessários para o cálculo, de forma a se obter resultados muito próximos de um modelo não-substruturado. A substruturação condensa a informação de um grupo de elementos finitos em um elemento denominado “superelemento” que é representado por uma matriz única.

O primeiro método de substruturação, denominado Component Mode Synthesis, foi publicado por (Hurty, 1960) e permite essa redução de parâmetros através da obtenção do comportamento dinâmico em cada um dos componentes. É utilizado como descrição para o deslocamento de cada nó e como ele se comporta em relação às outras subpartes do modelo devido às condições de contorno (Wijker, 2004).

Apesar disso, o CMS possui limitações e, para se encontrar os parâmetros modais do sistema, utilizou-se o método proposto por (Craig & Bampton, 1968) para se obter resultados no domínio da frequência e se comparar nas análise modal e harmônica do modelo, obtendo-se os parâmetros modais e utilizando-os na otimização de um neutralizador viscoelástico utilizando Técnica de Otimização não Linear (TONL) para tal.

2. TEORIA

Ao se fazer uma análise estrutural por elementos finitos, é necessário fazer a aplicação da equação geral de movimento, que para um sistema amortecido é dada pela Eq. 1.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (1)$$

Sendo [M] a matriz estrutural de massa, [K] a matriz estrutural de rigidez, [C] a matriz estrutural de amortecimento, {F} o vetor de carregamento e {u} o vetor que contém os deslocamentos dos nós.

Para se realizar a substruturação, é necessário que se reduzam o número de coordenadas de cada matriz e vetor através de uma matriz de transformação [T]. Esta matriz é então aplicada para se obter os vetores e matrizes reduzidos. A Eq. 1 se torna a Eq. 2.

$$[\widehat{M}]\{\ddot{\hat{u}}\} + [\widehat{C}]\{\dot{\hat{u}}\} + [\widehat{K}]\{\hat{u}\} = \{\widehat{F}\}. \quad (2)$$

Sendo essas matrizes e vetores reduzidos obtidos pelas Eq. 3 a Eq. 7:

$$[\widehat{K}] = [T]^T [K] [T], \quad (3)$$

$$[\widehat{M}] = [T]^T [M] [T], \quad (4)$$

$$[C] = [T]^T [C] [T], \quad (5)$$

$$\{\widehat{F}\} = [T]^T \{F\}, \quad (6)$$

$$\{\hat{u}\} = [T]^T \{u\}. \quad (7)$$

2.1 Método CMS (Component Mode Synthesis)

Este método é utilizado em substruturações em que os graus de liberdade são estruturais. Irá condensar e reduzir o sistema de matrizes, o que permite achar o comportamento geral do sistema através de seus componentes, denominados “subpartes”.

Após a formulação dinâmica de cada componente, é necessário que se crie compatibilidades por meio de relações de interface que forcem equilíbrios de deslocamento e carregamento. Dessa forma, são criadas matrizes booleanas para que se obtenha tal compatibilidade nas equações de movimento.

Assume-se a subdivisão no domínio Ω dos elementos finitos em $N^{(s)}$ subestruturas. A equações que rege esses sistemas conectados, desconsiderando o amortecimento, é dada pela Eq. 8:

$$[M^{(s)}]\ddot{u}^{(s)} + [K^{(s)}]u^{(s)} = f^{(s)} + g^{(s)} \quad (8)$$

Os vetores $f^{(s)}$ e $g^{(s)}$ são, respectivamente, de carregamentos externos e internos. Em que o índice (s) corresponde ao de cada substrutura, sendo que s varia de 1 a N.

Os graus de liberdade $u^{(s)}$ podem ser descrito pela Eq. 9. Para se obtê-los, é necessário aplicar as condições de contorno para que se conectem as substruturas. Através de uma matriz booleana $L_b^{(s)}$ é possível efetuar as compatibilidades na fronteira das substruturas.

$$[u^{(s)}] = \begin{bmatrix} L_b^{(s)} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_b \\ u_i^{(s)} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

sendo que o subscripto i está relacionado aos graus de liberdade internos de cada substrutura e o b relacionado às conexões entre as subpartes.

Unindo as Eqs. 8 e 9 é possível aplicar o método CMS.

$$M_a \ddot{u}_a + K_a u_a = f_a(t), \quad (10)$$

a Eq. 10 estabelece essa união. O termo das forças externas ($g^{(s)}$) é cancelado devido as conexões de interface. As matrizes M_a e K_a e o vetor u_a são descritos pelas Eqs. 11, 12 e 13 respectivamente:

$$M_a = \begin{bmatrix} \sum_{s=1}^{N_s} L_b^{(s)T} M_{bb}^{(s)} L_b^{(s)} & L_b^{(1)T} M_{bi}^{(1)} & \dots & L_b^{(N_s)T} M_{bi}^{(N_s)} \\ M_{ib}^{(1)} L_b^{(1)} & M_{ii}^{(1)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{ib}^{N_s} L_b^{N_s} & 0 & \dots & M_{ii}^{(N_s)} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$K_a = \begin{bmatrix} \sum_{s=1}^{N_s} L_b^{(s)T} K_{bb}^{(s)} L_b^{(s)} & L_b^{(1)T} K_{bi}^{(1)} & \dots & L_b^{(N_s)T} K_{bi}^{(N_s)} \\ K_{ib}^{(1)} L_b^{(1)} & K_{ii}^{(1)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{ib}^{N_s} L_b^{N_s} & 0 & \dots & K_{ii}^{(N_s)} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$u_a = \begin{bmatrix} u_b \\ u_i^{(1)} \\ \vdots \\ u_i^{(N_s)} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

2.2. Método de Craig-Bampton (CB)

Ao se utilizar o CMS de forma pura, não era possível se obter resultados no domínio da frequência. O método proposto por (Craig & Bampton, 1968) utiliza o problema subestrutural de autovalores definido no método CMS, calculando os modos subestruturados e então aplicando condições de interface livre para reduzir as matrizes modais através da seleção dos modos dominantes e descarte dos modos residuais (Boo et. al, 2018).

No método CB, para se fazer a transformação para um espaço modal, há a inserção um autovetor que contém todos os modos subestruturados (Φ_s) descrito na Eq. 15. A matriz de transformação (Eq. 14) é definida por T_{CB} como:

$$T_{CB} = \begin{bmatrix} \Phi_s & \Psi_c \\ 0 & I_{bb} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

sendo

$$\Phi_s = [\Phi_s^d \quad \Phi_s^r] \quad (15)$$

e

$$\Psi_c = -K_{ii}^{(s)-1} K_{ib}^{(s)}. \quad (16)$$

Os vetores Φ_s^d e Φ_s^r são, respectivamente, os modos subestruturais dominantes e os residuais, e Ψ_c (Eq. 16) a matriz modal de restrição nas interfaces de fronteira. O método de Craig-Bampton, determina que as matrizes de massa e rigidez serão reduzidas as Eqs. 17 e 18:

$$[\tilde{M}_{CB}] = [T_{CB}^T][M_a][T_{CB}], \quad (17)$$

$$[\tilde{K}_{CB}] = [T_{CB}^T][K_a][T_{CB}]. \quad (18)$$

2.3. Procura dos parâmetros ótimos dos neutralizadores

Os parâmetros modais irão permitir que se reduza a vibração em qualquer faixa de frequência. É importante, ainda, que se tenha a quantidade de neutralizadores desejada, bem como a posição de cada um, uma relação de massas μ (geralmente entre 10 a 25% da massa do sistema primário), a faixa de frequência de análise, o número de modos a se controlar (e suas posições na matriz modal Φ_s) (Bavastri, 1997). Este método é muito bem descrito pela Fig. 1.

No presente trabalho, utilizou-se um neutralizador viscoelástico. Para tal, os parâmetros modais que devem ser inseridos de forma a se fazer a otimização são as frequências naturais, os modos de vibrar e o fator de perda do material viscoelástico que depende da temperatura e frequência.

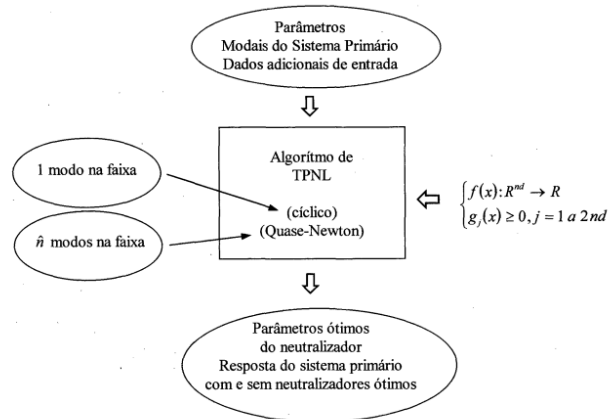


Figura 1. Esquema para controle de vibrações (Bavastrri, 1997)

É necessário utilizar uma técnica de otimização não-linear que tem como propósito diminuir a função objetivo visando encontrar os parâmetros ótimos de massa e frequência do neutralizador.

3. METODOLOGIA

A metodologia consistiu em, primeiramente, buscar uma teoria que se adequasse ao projeto. Era desejável, inicialmente, efetuar um estudo de análise modal com redução das matrizes principais de massa, rigidez e amortecimento. Por meio disso, o que mais se adequou foi o método de Craig-Bampton que é facilmente utilizável para o domínio da frequência e obtenção dos parâmetros modais.

Com a teoria pesquisada e compreendida, foram buscadas formas de implementação desta no software de elementos finitos ANSYS. Para tal, utilizou-se como auxílio o site (ANSYS, 2017) que demonstrava o método em 3 barras conectadas.

Efetuiu-se então o desenho em um software CAD e, após isso, utilizou-se o ANSYS para fazer a simulação e obter os parâmetros modais dos modelos substruturado e não substruturado.

Tendo como base o modelo completo e mais refinado, efetuou-se comparação dos resultados modais e, com isso verificou-se a semelhança entre ambos, de forma que comprovou a efetividade da substruturação.

Em último momento, foi possível utilizar o software próprio do Laboratório de Vibrações da UFPR e, por meio deste, estimar a massa de um neutralizador viscoelástico que seria comparado entre as 2 análises, obtendo-se resultados coerentes.

4. RESULTADOS

A viga de alumínio tem dimensões 600x40x4 mm e é engastada em uma das extremidades. Ela foi dividida em 4 partes ao longo de seu comprimento, estas divisões estão em 30 mm, 300 mm e 570 mm, como mostrados na Fig. 2.

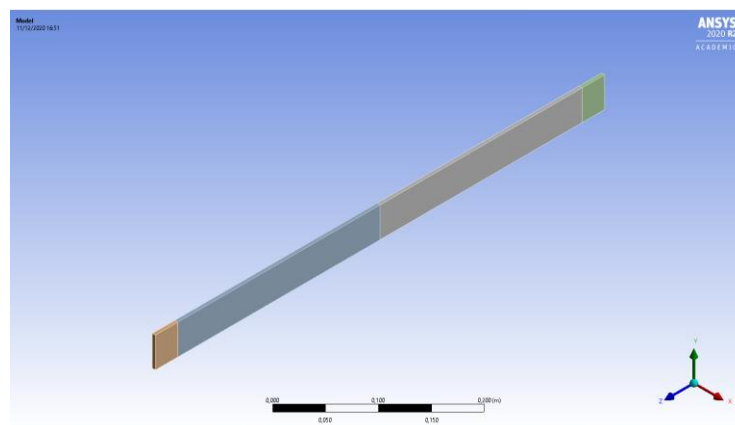


Figura 2. Modelo da viga de alumínio (O Autor, 2020)

Para fazer a análise modal, a partir desta viga, a única condição de contorno aplicada foi a de fixar a face esquerda, tornando-a engastada. Gerou-se então a malha uniformemente ao longo da peça com quadrados uniformes de lado 10mm.

Primeiramente, através do código, foi determinado o superelemento que são as duas partes centrais da viga (representadas pelas partes azul e cinza da Fig. 2), que mede 540 mm. Após gerar o superelemento, fez-se a Análise 1 nas outras duas partes (verde e laranja da Fig. 2), obtendo-se os modos e frequências naturais da viga. Em última instância, obteve-se os modos da viga completa (Fig. 2) através da Análise 2.

A Análise 1 possui 244 nós e a Análise 2, 2072 nós, e foram feitos para os 20 primeiros modos. Estes são apresentados na Fig. 3 para ambas:

	Mode	✓ Frequency [Hz]		Mode	✓ Frequency [Hz]
1	1,	9,1524	1	1,	9,1526
2	2,	57,337	2	2,	57,342
3	3,	90,69	3	3,	90,691
4	4,	160,57	4	4,	160,57
5	5,	254,36	5	5,	254,36
6	6,	314,75	6	6,	314,77
7	7,	520,65	7	7,	520,64
8	8,	556,94	8	8,	556,87
9	9,	765,19	9	9,	764,97
10	10,	778,29	10	10,	778,31
11	11,	1088,3	11	11,	1087,9
12	12,	1282,6	12	12,	1281,2
13	13,	1450,3	13	13,	1449,5
14	14,	1512,6	14	14,	1512,1
15	15,	1809,4	15	15,	1806,8
16	16,	1868,1	16	16,	1863,
17	17,	2264,6	17	17,	2112,1
18	18,	2336,2	18	18,	2328,4
19	19,	2355,	19	19,	2345,1
20	20,	2849,	20	20,	2844,2

Figura 3. Comparação Análise 1 e 2, respectivamente, para os 20 primeiros modos (O Autor, 2020)

Nota-se que a diferença entre as duas é muito baixa. O maior erro está presente no 17º modo, sendo este de 7,22%. Entretanto, todos os outros modos estão com o erro abaixo de 1%, o que torna o experimento bem preciso e relevante ainda que haja uma redução considerável nos nós.

Em um segundo momento, realizou-se a análise harmônica de Resposta em frequência para a receptância em ambos os casos e obteve-se resultados muito próximos que podem ser vistos na Fig. 4. Isso ocorre pois, os modos gerados pela análise modal irão ser preservados nas matrizes modais de massa do software. Como ambos os gráficos são dependentes da Análise Modal, obtém-se pouca diferença. A Fig. 3 mostra o formato do gráfico de receptância encontrado para ambos os casos.

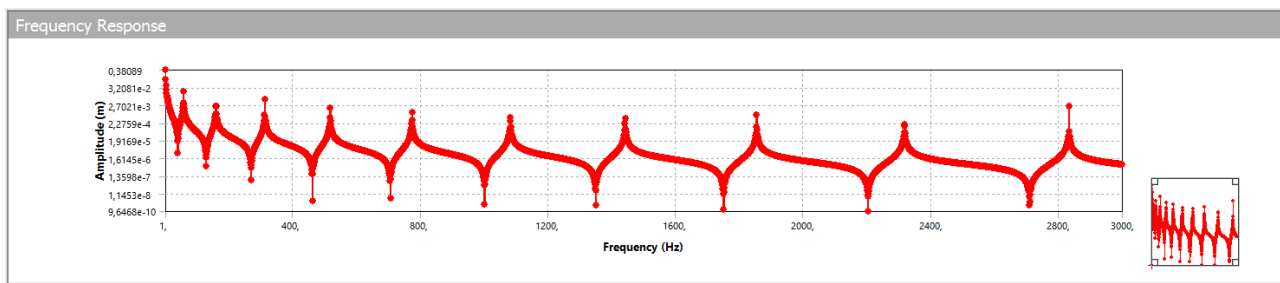


Figura 4. Formato da receptância para ambas as análises (O Autor, 2020)

Através da análise no software de elementos finitos, retirou-se os parâmetros modais e se utilizou um software próprio do Laboratório de Vibrações da UFPR para calcular a massa de um possível neutralizador viscoelástico feito de borracha butílica e utilizando a TONL Algoritmos Genéticos para controle de uma faixa de frequências.

Por meio desse software, foi possível fazer o controle do segundo modo de vibrar (aproximadamente 57,34 Hz) da Análise 1 (Fig. 5) e Análise 2 (Fig. 6):

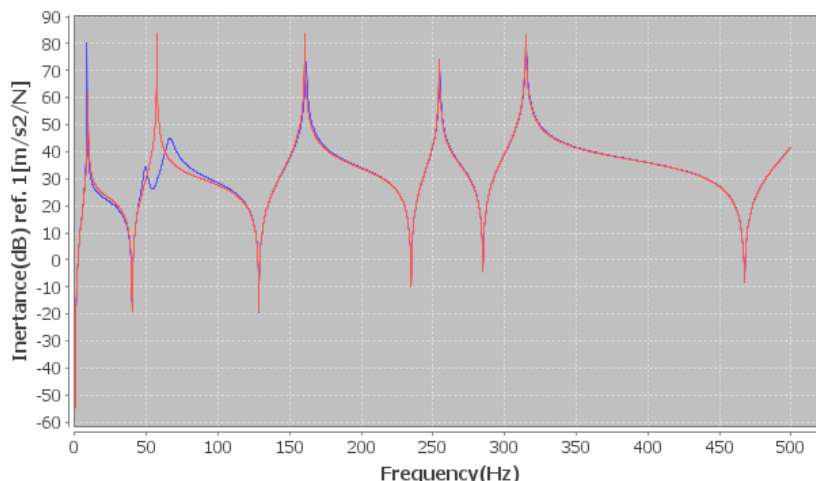


Figura 5. Controle do segundo modo para modelo substruturado (O Autor, 2020)

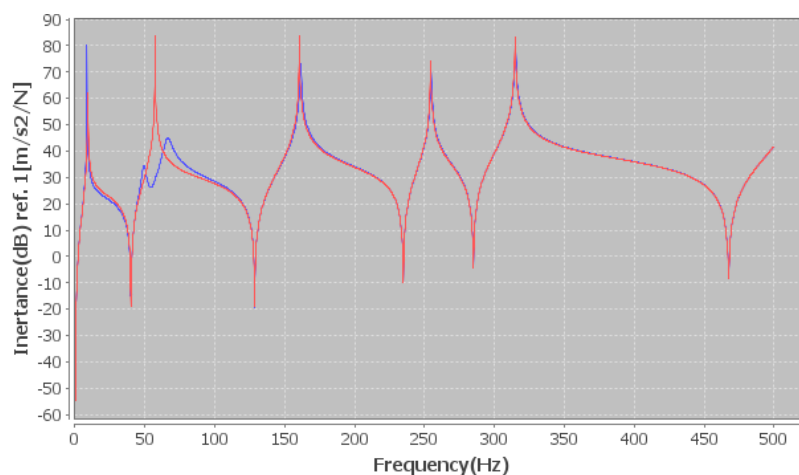


Figura 6. Controle do segundo modo para modelo não substruturado (O Autor, 2020)

Os parâmetros ótimos obtidos para a Análise 1 e 2 estão demonstrados na Tabela 1:

	Massa do Neutralizador	Frequência Natural do Neutralizador
Análise 1	9,3911g	53,439Hz
Análise 2	9,3912g	53,424Hz
Erro	0,0001%	0,02%

Tabela 1 – Parâmetros ótimos para as 2 análises

Os erros são muito baixos e a diferença é mínima entre os modelos.

5. CONCLUSÕES

O presente artigo apresentou a substruturação de uma viga de alumínio através do método de Craig-Bampton para obtenção dos parâmetros modais de ambos os modelos. A aplicação desse método no componente resultou na obtenção de um erro máximo de 7,9% na análise modal se comparado com o modelo completo. Ainda que baixo, este erro foi considerado um “outlier”, visto que todas as outras frequências não tinham um erro acima de 1%.

Os resultados obtidos foram ótimos, isto porque houve uma redução de mais de 90% dos nós se comparado entre as 2 análises, o que melhorou o processamento das informações computacionais, tornando a simulação mais rápida. Além disso, foi possível estimar a massa de um neutralizador viscoelástico ao se passar os parâmetros modais obtidos no software de elementos finitos ANSYS R2 2020 para o software próprio do LAVIBS UFPR, obtendo-se resultados que praticamente iguais.

Em um estudo próximo, seria necessário a comparação prática do modelo e a efetuação em sistemas mais complexos com mais graus de liberdade e mais detalhes. Fica comprovado, ainda, a efetividade do método de CB para projeto de neutralizadores dinâmicos que controlam uma determinada faixa de frequência.

6. REFERÊNCIAS

- Boo, S.H., Kim, J.H., Lee, P.S., 2018. "Towards improving the enhanced Craig-Bampton method". *Computers and Structures*, Vol. 196, p. 63-75.
- Craig, R.R. e Bampton, M.C., 1968. "Coupling of substructures for dynamic analysis". The Boeing Company, Commercial Airplane Div.
- Bavastri, C.A., 1997. "Redução de Vibrações de Banda Larga em Estruturas Complexas por Neutralizadores Viscoelásticos". Tese de Doutorado. Florianópolis, Brasil.
- Hurty, W.C., 1960. "Vibrations of Structural Systems by Component Mode Synthesis". *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 86, p. 51-70.
- Rixen, J.D., 2004. "A dual Craig-Bampton method for dynamic substructuring". *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 168, p. 383-391.
- Wijker, J.J., 2004. "Mechanical Vibrations in Spacecraft Design". *Springer*. Berlim, Alemanha.