



IMPACTO DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS TEMPERATURA E RAZÃO DE COMPRESSÃO NO MOTOR STIRLING SEGUNDO A TEORIA DE SCHMIDT

Caio Vergne, caio_vergne@yahoo.com.br¹
Victor Ramos Matos, victorramosmatos14@gmail.com¹
Rafael Lúcio, rafaellucione@hotmail.com¹
Bárbara Rebelo, barbaragusmao906@gmail.com¹
Naomi Sales, naomy.sales65@gmail.com¹
Rômulo Luís Fernandes Martins, rlfmartins@uesc.br¹

¹Universidade Estadual de Santa Cruz, Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, km 16, Bairro Salobrinho. Ilhéus-Bahia

Resumo. Este artigo tem o objetivo de analisar o comportamento qualitativo de um motor Stirling teórico conforme a variação de temperatura da fonte quente e razão de compressão. Para realizar esta análise, foi feita uma resolução numérica por meio do software GNU Octave versão 5.1.0 para o modelo teórico de Schmidt, com os intervalos de variação definidos. Através de gráficos gerados pelo software, foi possível visualizar o perfil do impacto desta variação de parâmetros tanto na potência quanto na relação pressão versus volume.

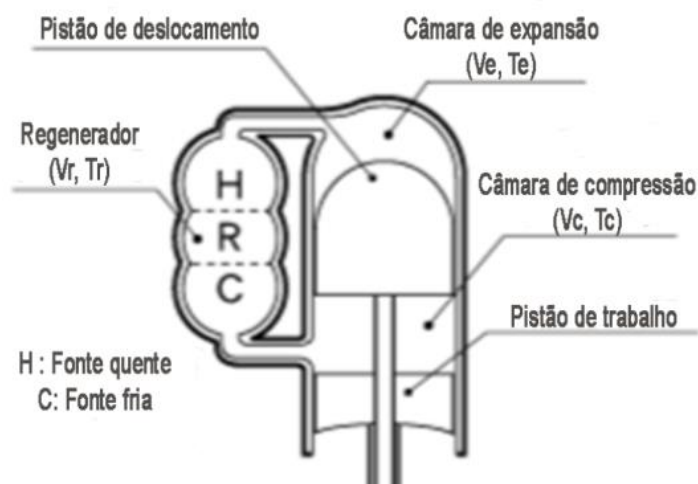
Palavras chave: Stirling. Schmidt. Motor de combustão externa.

1. INTRODUÇÃO

O motor Stirling é, de forma geral, um motor de combustão externa de fluido confinado que tem como função a produção de trabalho através da diferença de pressão entre a câmara de expansão e a câmara de compressão. Essa diferença de pressão é causada pela diferença de temperatura entre as duas câmaras. Essa máquina é composta basicamente por pistão de trabalho que transmite torque para o eixo de saída do motor; pistão de deslocamento que não realiza trabalho, apenas movimenta o fluido entre as câmaras; câmara de compressão e câmara de expansão.

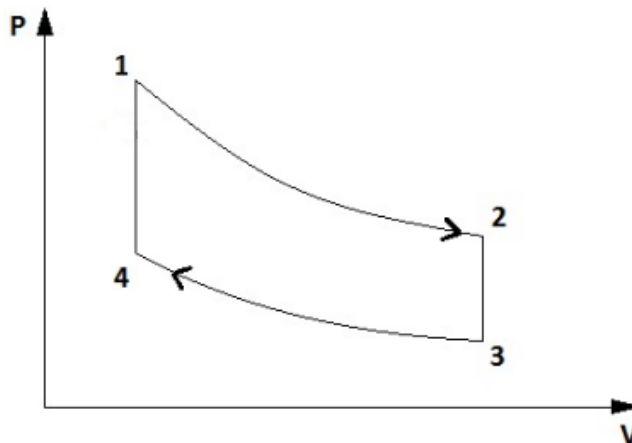
Já o regenerador consiste em um trocador de calor responsável pela recuperação da energia do fluido ao transitar entre as câmaras, sendo o aquecedor (fonte quente) responsável por suprir o calor necessário na câmara de expansão, refrigerador (fonte fria) por atuar como sumidouro (Walker, 1980). Este tipo de motor é relativamente silencioso e eficiente, necessita de pouca manutenção, é pouco poluente e abre espaço para outras formas de fonte de calor além das convencionais (Cinar *et al*, 2004), como o aquecimento do fluido de trabalho através de captação solar.

Figura 1. Imagem didática do motor, adaptado de Hirata (1997)



O ciclo Stirling ideal é composto de quatro etapas bem definidas e distintas: aquecimento isovolumétrico do fluido de 4 a 1, expansão isotérmica do fluido de 1 a 2, resfriamento isovolumétrico do fluido de 2 a 3 e compressão isotérmica do fluido de 3 a 4 (Walker, 1980).

Figura 2. Gráfico teórico de pressão por volume do ciclo Stirling ideal (Autores, 2019)



As configurações mais comuns de um motor Stirling são Alpha, Beta e Gama. O Alpha é constituído de dois pistões e dois cilindros. O primeiro pistão localizado no cilindro que contém a fonte quente e o segundo no cilindro que contém a fonte fria. O Beta é constituído de um único cilindro que contém um pistão de trabalho na câmara fria e um pistão deslocador entre as duas câmaras. O Gama é composto de dois cilindros e um pistão deslocador localizado no cilindro que contém a fonte quente e um pistão de trabalho no cilindro que contém a fonte fria (Cheng e Yu 2010). A estrutura adotada para estudo nessa obra é a Beta.

O objetivo deste trabalho é realizar uma análise qualitativa do comportamento do motor Stirling, segundo o modelo matemático de Schmidt, por meio da variação da taxa de compressão e da temperatura da fonte de calor. Para realizar numericamente esta análise, foi utilizado o software GNU Octave versão 5.1.0.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 IDEALIZAÇÕES DO MODELO MATEMÁTICO DE SCHMIDT

Na literatura são encontrados alguns modelos matemáticos que retratam o comportamento de um motor Stirling. A construção teórica adotada neste trabalho é a teoria de Schmidt que, para desenvolver seu modelo, adota as seguintes idealizações (Hirata, 1997) (De Sant'anna e Yano, 2012):

- Os processos de compressão e expansão são ditos isotérmicos;
- O fluido de trabalho é tido como um gás ideal;
- Não há perdas de calor para o ambiente nas câmaras e no regenerador;
- Não há perdas de carga devido ao atrito interno;
- Regenerador perfeito (100% de efetividade);
- Tanto a câmara de expansão quanto a câmara de compressão mantêm a temperatura de suas respectivas fontes;
- Os processos de expansão e compressão são considerados isotérmicos;
- A temperatura do regenerador varia linearmente ao longo do seu comprimento.

2.2 MODELO MATEMÁTICO DE SCHMIDT

O equacionamento do modelo de Schmidt deste trabalho foi baseado em análises já existentes deste modelo (Hirata, 1997) (De Sant'anna e Yano, 2012).

O volume da câmara de expansão é definido em função do volume varrido pelo pistão de deslocamento (V_{VD}), pelo ângulo da manivela (β) e pelo volume morto da câmara de expansão (V_{ME}).

$$V_e = \frac{V_{VD}}{2} (1 - \cos(\beta)) + V_{ME} \quad (1)$$

Por conta da configuração Beta, as duas câmaras estão contidas no mesmo cilindro. Por isso, é criado um Volume de Sobreposição (V_s), ou seja, um volume que é varrido nas duas câmaras ao mesmo tempo com um mesmo movimento

do pistão deslocador, definido segundo a Eq. (2), onde V_{VT} é o volume varrido pelo pistão de trabalho e (α) é o ângulo de defasagem entre os dois pistões.

$$V_S = \frac{V_{VD} + V_{VT}}{2} - \sqrt{\frac{V_{VD}^2 + V_{VT}^2}{4} - \frac{V_{VD}V_{VT} \cos(\alpha)}{2}} \quad (2)$$

Assim, é possível definir o Volume da câmara de Compressão (V_C) na Eq. (3), onde V_{MC} é o volume morto da câmara de compressão.

$$V_C = \frac{V_{VD}}{2} (1 - \cos(\beta)) + \frac{V_{VT}}{2} (1 - \cos(\beta - \alpha)) + V_{MC} - V_S \quad (3)$$

O Volume Total é então definido como a soma dos volumes das câmaras de compressão e expansão e do regenerador (Eq. (4)).

$$V_T = V_E + V_C + V_R \quad (4)$$

Assim torna possível definir a pressão média do motor (Eq. (5)) e através desta, a pressão instantânea (Eq. (6)), onde R é definido como a constante do gás de trabalho utilizado, T_C como a temperatura da câmara de compressão e S , B , a e c são constantes que dependem das temperaturas e dos volumes fixos do motor definidas com a finalidade de facilitar o equacionamento por Hirata (1997).

$$P_{MED} = \frac{2mRT_C}{V_{VD}\sqrt{S^2 - B^2}} \quad (5)$$

$$P = \frac{P_{MED}\sqrt{1 - c^2}}{1 - c \cos(\beta - a)} \quad (6)$$

De posse desses dados, pode-se obter o trabalho de expansão, o trabalho de compressão e a potência total, expressos respectivamente a seguir. Nessas equações, tem-se t , uma constante também definida por Hirata (1997) como a razão da temperatura da fonte fria pela fonte quente.

$$W_E = \frac{P_{MED}V_{VD} \pi c t \sin(a)}{1 + \sqrt{1 - c^2}} \quad (7)$$

$$W_C = - \frac{P_{MED}V_{VD} \pi c t \sin(a)}{1 + \sqrt{1 - c^2}} \quad (8)$$

Sendo assim, a potência de saída do motor é definida através do produto entre a rotação do motor (n) e o somatório entre o trabalho realizado e o consumido durante o processo de expansão e compressão:

$$Pot_i = (W_E + W_C) * n \quad (9)$$

3. METODOLOGIA

Foi realizada uma análise numérica através do software GNU Octave versão 5.1.0, levando em conta a variação da temperatura da fonte quente (T_{FQ}) e da razão de compressão (RC) para verificar o comportamento do motor teórico em diferentes situações. Para este trabalho, foi definida uma razão de compressão descrita pela Eq. 10. Foi adotado um motor de referência de razão de compressão de 1.57 e temperatura da fonte quente de 923.15K baseado no trabalho de Cheng, Yang e Keong (2013). Em seguida, os intervalos dos parâmetros variados, razão de compressão e temperatura da fonte quente, foram definidos tomando valores próximos do motor de referência. Os valores de razão de compressão foram variados de 1.2 a 2.0. Já para os valores da temperatura da fonte quente, a variação foi entre 723.15K a 1123.15K.

Para analisar o comportamento da potência, foi feita a variação da temperatura da fonte quente para dez valores diferentes de razão de compressão. Ainda para a análise do comportamento da potência, foi realizada a variação da razão de compressão também para dez valores de temperatura da fonte quente.

Para a análise do comportamento do ciclo, foram feitos apenas três valores de temperatura da fonte quente para uma mesma razão de compressão e três valores de razão de compressão para uma mesma temperatura da fonte quente. Todos estes valores foram variados com base no motor de referência. O modelo teórico utilizado foi o de Schmidt com a análise de equacionamentos descrita por Hirata (1997).

O volume morto total (V_M) utilizado na razão de compressão está definido na equação Eq. (11) (Kongtragool e Wongwises, 2006)

$$RC = 1 + \frac{V_{VT}}{V_M} \quad (10)$$

$$V_M = V_{ME} + V_{MC} + V_R \quad (11)$$

4. RESULTADOS

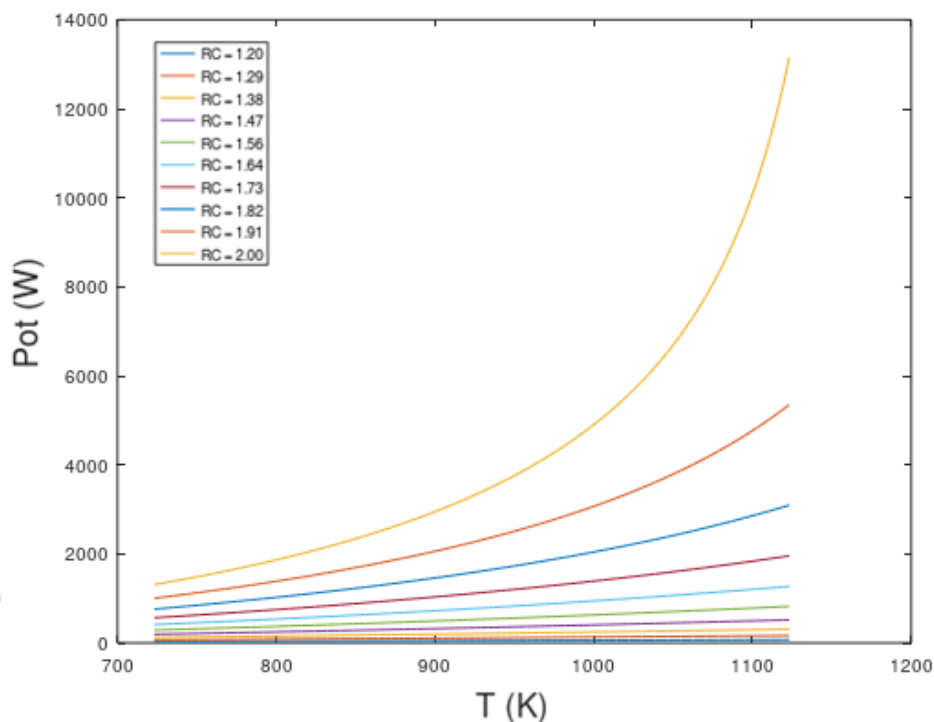
A análise dos resultados foi separada em duas etapas. A primeira é referente ao comportamento da potência frente à variação dos parâmetros e a segunda ao comportamento do ciclo pressão versus volume frente à mesma variação. Desta forma é possível visualizar não apenas o valor final da potência, mas também como o ciclo é afetado.

4.1 Análise da potência

É válido ressaltar que, no caso de um motor real, ao aumentar os parâmetros estaríamos aumentando significativamente a perda de carga. No entanto, neste trabalho, utilizamos o modelo teórico de Schmidt que tem como uma de suas idealizações a desconsideração da perda de carga. Sendo assim, o ganho de potência descrito nesta seção adota que esta perda não está envolvida. Desta forma, se um caso experimental fosse analisado, estes aumentos de potência seriam reduzidos por este fenômeno.

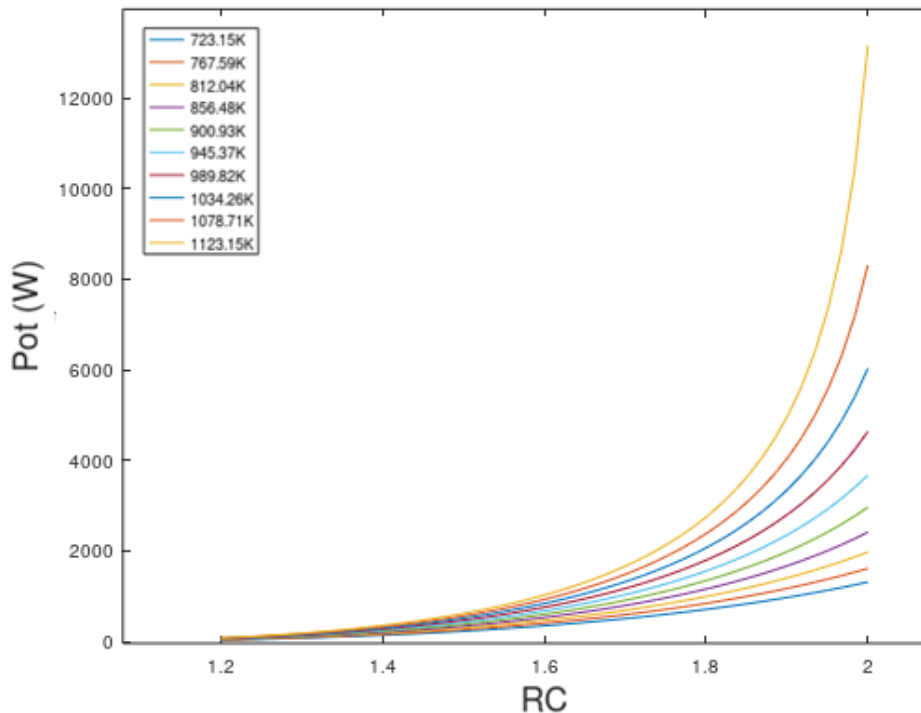
A Fig. 3 apresenta o comportamento da potência com o aumento da temperatura da fonte quente (T_{FQ}) de 723.15K a 1123.15K para a razão de compressão variando entre 1.2 a 2.0. Cada linha representa um valor constante de razão de compressão. Através do gráfico, fica evidente que quanto maior a razão, maior a inclinação dessa, ou seja, para valores inferiores à 1.47 de razão de compressão, a variação da potência com o aumento da temperatura da fonte é inferior quando comparado à valores superiores.

Figura 3. Potência por temperatura da fonte quente para diferentes razões de compressão (Autores, 2019)



A Fig. 4 apresenta o comportamento da potência com o aumento da razão de compressão de 1.2 a 2.0 para a temperatura da fonte quente (T_{FQ}) variando de 723.15K a 1123.15K, representando um valor constante de temperatura. Neste diagrama, observa-se que apesar do aumento da potência ser maior para temperaturas da fonte quente elevadas, considerando uma mesma razão de compressão para temperaturas inferiores da fonte já é notado um aumento expressivo da potência.

Figura 4. Potência por razão de compressão para diferentes temperaturas da fonte quente (Autores, 2019)



A seguir, na Tab. 1, foram dispostos os valores da potência em watts para todos os dez valores de razão de compressão e de temperatura da fonte quente definidos anteriormente.

Tabela 1. Valores da potência em watts (W) para diferentes temperaturas e razão de compressão (Autores, 2019)

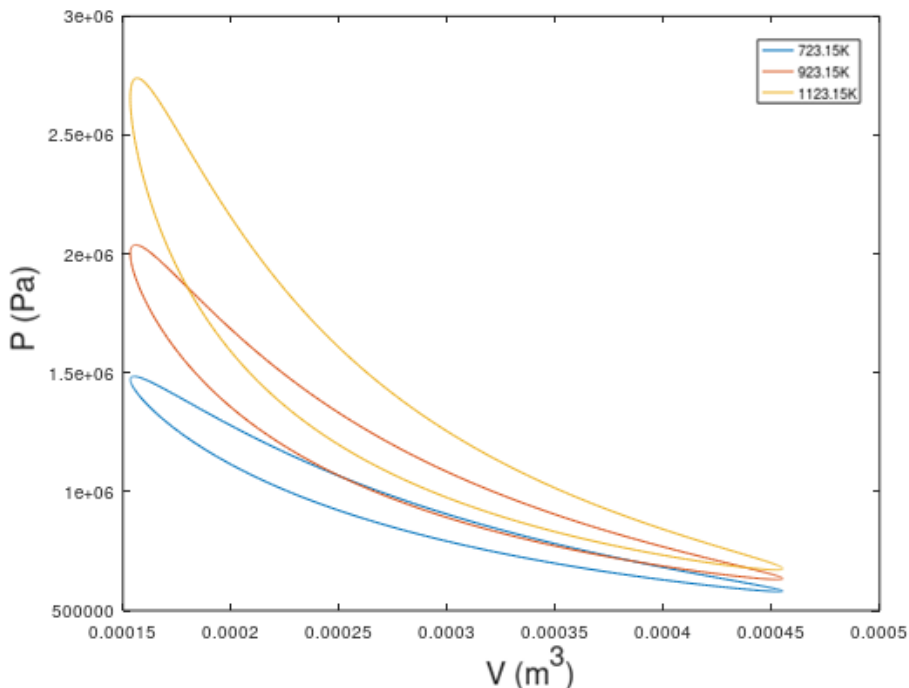
		Temperatura da fonte quente (K)									
		723.15	767.59	812.04	856.48	900.93	945.37	989.82	1034.26	1078.71	1123.15
Razão de compressão	1.2	31.24	35.58	40.04	44.61	49.28	54.03	58.87	63.77	68.73	73.75
	1.29	67.85	77.54	87.57	97.91	108.53	119.42	130.55	141.90	153.46	165.21
	1.38	121.18	139.09	157.77	177.16	197.25	217.99	239.35	261.32	283.87	306.98
	1.47	193.81	223.62	254.99	287.88	322.27	358.14	395.48	434.28	474.55	516.28
	1.56	289.03	335.55	385.07	437.61	493.24	552.03	614.07	679.48	748.38	820.93
	1.64	411.01	480.70	555.93	636.98	724.17	817.92	918.69	1027.06	1143.68	1269.34
	1.73	565.25	666.98	778.73	901.47	1036.33	1184.75	1348.44	1529.55	1730.76	1955.42
	1.82	759.08	905.36	1069.69	1254.75	1463.99	1701.87	1974.28	2289.14	2657.38	3094.58
	1.91	1002.52	1211.70	1453.56	1735.30	2066.86	2462.47	2943.16	3541.64	4312.12	5352.68
	2.00	1309.84	1609.96	1970.53	2410.95	2961.34	3671.56	4631.50	6024.79	8309.17	13154.86

4.2 Análise do ciclo PV

O gráfico pressão versus volume visa não apenas a demonstração do aumento da potência resultante do motor, mas também exemplificar as alterações do comportamento do ciclo que provocam esse resultado. Dessa forma, foram esboçados dois gráficos. O primeiro (Fig. 5) variando apenas a temperatura da fonte quente (T_{FQ}) e o segundo (Fig. 6) a razão de compressão (RC).

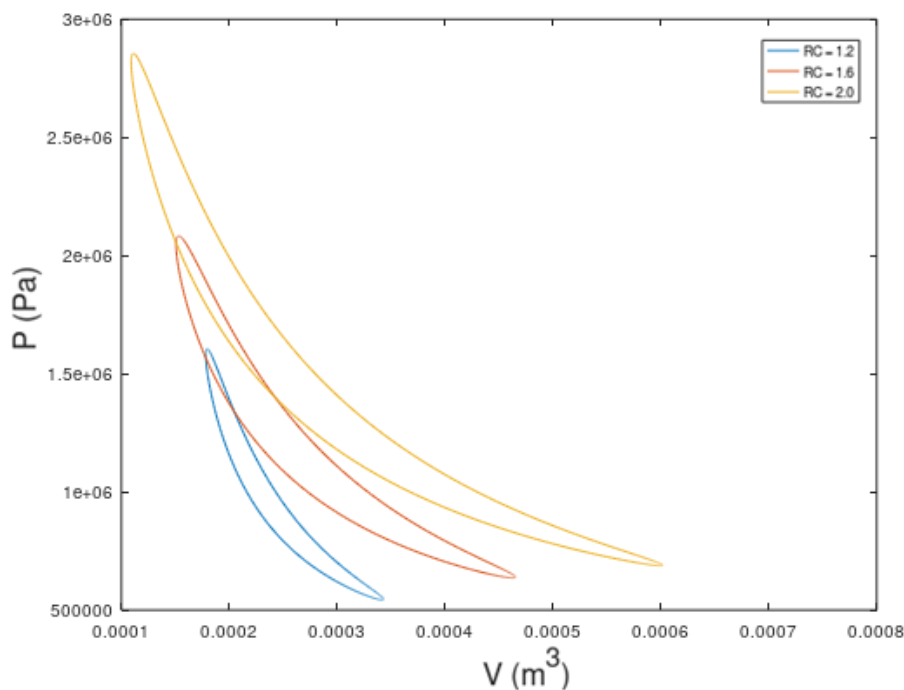
A Fig. 5 contém o gráfico de pressão por volume para a temperatura da fonte quente assumindo três valores diferentes: 723.15K, 923.15K e 1123.15K. Todas à mesma razão de compressão de 1.57. Por conta do aumento de temperatura, tem-se uma maior diferença entre a pressão na expansão (linha superior de cada gráfico) e a pressão na compressão (linha inferior de cada gráfico), ou seja, adotando um mesmo valor de volume instantâneo nos três gráficos da Fig. 5 é possível perceber que a diferença de pressão entre a expansão e compressão será maior conforme a temperatura da fonte quente aumenta. Além de manter, nos três casos, a variação do volume total constante.

Figura 5. Diagrama pressão x volume com variação da temperatura da fonte quente (Autores, 2019)



Adiante, está inserido na Fig. 6 o gráfico de pressão por volume para três razões de compressão diferentes: 1.2, 1.6 e 2.0, todas a uma mesma temperatura da fonte quente (T_{FQ}) de 923.15K. Diferente da situação anterior, a diferença de pressão entre o processo de expansão e o processo de compressão (para um mesmo valor de volume total) não é tão significativa com o aumento de RC . Ocorre, portanto, um aumento de volume varrido, o que faz com que haja um aumento horizontal da área dos gráficos.

Figura 6. Gráfico pressão por volume com variação da razão de compressão (Autores, 2019)



Na Tab. 2 estão contidos os valores de pressão média para cada ciclo analisado na Fig. 5.

Tabela 2. Valores de Pressão média para avaliações com RC constante (Autores, 2019)

Temperatura (K)	723.15	923.15	1123.15
Pressão (Bar)	9.28	11.34	13.56

Na Tab. 3 foram colocados os valores de pressão média para cada razão de compressão analisada na Fig. 6.

Tabela 3. Valores de Pressão média para avaliações com T_{FQ} constante. (Autores, 2019)

RC	1.2	1.6	2.0
Pressão (Bar)	9.33	11.51	14.01

5. CONCLUSÃO

Para o comportamento da potência, é notório que a temperatura da fonte quente só terá impacto significativo a altas razões de compressão e o aumento da potência é dado mais expressivamente pelo aumento da razão de compressão. Este comportamento pode ser notado através da inclinação consideravelmente maior das linhas da Fig. 4 em relação às linhas da Fig. 3.

Através da análise do ciclo, é possível perceber que o aumento da temperatura da fonte, resulta em uma maior diferença de pressão entre as linhas de expansão e compressão, o que se traduz em um maior trabalho gerado pelo ciclo, gerando maior eficiência ao motor.

O aumento da pressão de pico e das temperaturas das fontes, apesar de representarem maiores potências, podem estar ligadas a limitações construtivas do modelo, que possam causar sobrecarregamento de componentes. É necessário evidenciar que a análise de modelos matemáticos visa mostrar o comportamento da potência, no entanto as idealizações assumidas não permitem que esses representem numericamente modelos reais.

6. REFERÊNCIAS

- Cheng, CH., Yang, HS. e Keong, L., 2013. "Theoretical and experimental study of a 300-W beta type Stirling engine". *Renewable Energy* 59 p. 590-599.
- Cheng, CH. e Yu, YJ., 2010 "Numerical model for predicting thermodynamic cycle and thermal efficiency of a beta-type Stirling engine with rhombic-drive mechanism". *Renewable Energy* 35 p. 2590-2601.
- Cinar, C., Yucesu, S., Topgul, T., Okur, M., 2005. "*Beta-type Stirling engine operating at atmospheric pressure*". *Applied Energy* 81 p. 351-357.
- de Sant'anna, B.H. e Yano, D. H. S., 2012. *Projeto e Simulação de um Motor Stirling*. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, Brazil.
- Hirata, K., 1997. *Schmidt Theory for Stirling Engines*. 13Sep. 2018
<<http://www.bekkoame.ne.jp/~khirata/academic/schmidt/schmidt.htm>>
- Kongtragool, B. e Wongwises, S., 2006. "Thermodynamic analysis of a Stirling engine including dead volumes of hot space, cold space and regenerator". *Renewable Energy* 31, p. 345-359.
- Walker, G., 1980. "Stirling Engines". Oxford University Press 1980, p. 16 a 19.

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.